

# 重力加速度的測量，拋體運動的分析， 以及機械能的轉換和摩擦力的討論

## 國中組物理第三名

基隆市立成功國民中學

作 者：吳政勛・林克煌  
等五人

指導老師：郝 賀 同

### 一、實驗動機：

學習了力學之後加速度及能量的問題不停的圍繞著我們，但課本中所有的力學實驗大都由於計時裝置的不夠精確，而無法很完整的來滿足定理的要求，因此在寒假期間我們幾個同學湊在一起，企圖自己設計出一套準確的計時工具和力學實驗裝置，來驗證課本中所告訴我們的力學性質。在計時工具方面，水鐘車以及微量天平的裝置，給了我們不少的啓示。加上電磁鐵的瞬間開關，我們終於設計出一套可以計時到千分之一秒以內的計時工具了，在力學裝置的儀器部分，我們想藉由二粒鋼珠在空間碰撞的相對位置關係上，找出運動學中所必須遵守的法則，進而探討位能與動能的轉換以及摩擦力所發生的效應，這樣我們不但能更充分的瞭解了課本中所敘述的力學原理，進而在自己動手的原則下，達成了學以致用的目標，並且在做過實驗後所得到的完整數據及資料中，我們又得到了豐碩的討論題材，從這些題材中，所獲得的寶貴知識，不但在開始時出乎我們的意料之外，其結果也確實讓我們興奮。

### 二、實驗器材：

- 1 自己設計的儀器一套（請參閱(二)實驗裝置）
- 2 大小鋼珠各兩粒（大鋼珠的直徑為2.5公分，質量為44.8公克，小鋼珠的直徑為2.0公分，質量為29.2公克）

3. 馬錶一只。
4. 捲尺一個。
6. 電源供應器兩台。
7. 漿糊一包。

### 三、實驗裝置：

1. 儀器部分。(從略)

### 四、實驗原理：

#### 1. 儀器部分：

電磁鐵(1)及(2)可以分別在定位吸著鋼珠(1)及鋼珠(2)電磁鐵(3)則可以拉動鋼砂開關板，進而控制了鋼砂容器底部的小孔的開閉，而達成了以鋼砂計時的目的，計時停止開關位於碰撞停止鋼板的正下方，它的操作可以由鋼珠撞在碰撞停止鋼板上時所產生的撞擊力量來完成，而微量天平開關以及計時停止開關的作用都是用來開閉電磁鐵(2)及電磁鐵(3)上的電流的。

#### 2. 過程部分：

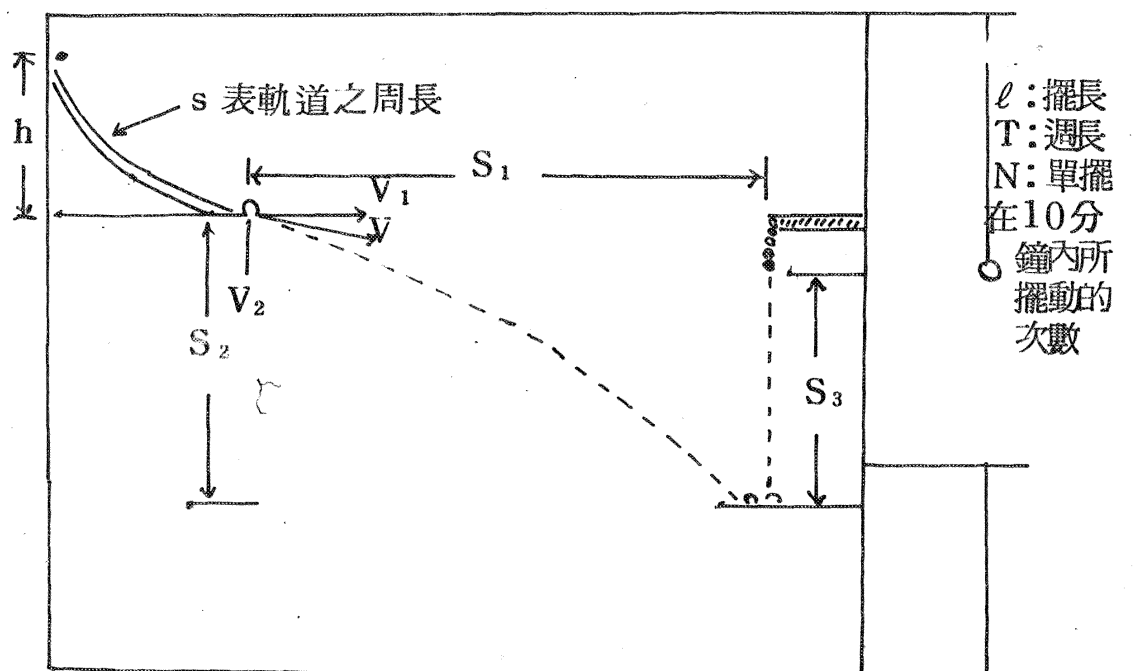
當鋼珠(1)從電磁鐵(1)的定位處開始向下滾落時，首先會在跑道的出口處關閉了微量天平開關，因此電磁鐵(2)及(3)上的磁力則瞬間關閉於是鋼珠(2)則向下掉落，而鋼砂開關板上的小孔亦同時打開，鋼砂開始滴落於定速轉動的圓盤上，因此計時開始，若調整好可滑動支架(1)、(2)及(3)的位置，使得鋼珠(1)及(2)同時撞在碰撞停止鋼板上，則計時停止開關受到了鋼板上的撞擊力量而又再度地打開了電磁鐵(2)及(3)上的電流，因此鋼砂開關板關閉了鋼砂的出口，計時也就停止了。

#### 3. 計時部分：

唱機以 82 轉 / 分的轉速載動 72 等角規畫圓盤轉動，因此唱機每轉動一格的等角圓盤需時 0.0102 秒，也就是說我們可以計數鋼砂在圓盤上所滴落的格數而計時到千分之一秒以內誤差的時間爲了要使鋼砂在圓盤上的軌跡清晰，我們可以事先在圓盤上抹一層漿糊，以減少鋼砂在滴落於圓盤時所發生的擴散現象而使得計時不準。

#### 4. 理論部分：

##### (a) 符號說明



$V$ ：表鋼珠(1)在跑道出口處的速度。 $V_1$ ， $V_2$ 分別表 $V$ 的水平分量及鉛直分量。

$V_3$ ：表鋼珠(2)在碰撞停止鋼板上時的速度。

$g$ ：表重力加速度。

$m$ ：表鋼珠的質量。

$n$ ：表鋼砂在圓盤上所滴落的格數。

$t$ ：表圓盤所記錄的時間。

$E.P.$ ：表鋼珠(1)在定位後距跑道口的位能。

$E.K.$ ：表鋼珠(1)在跑道出口處的總動能。

$F$ ：表鋼珠(1)在跑道上的平均摩擦力。

##### (b) 簡單的公式：

$$S_3 = \frac{1}{2} g t^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$S_1 = V_1 t \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$S_2 = V_2 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2 - S_3} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$E \cdot P = mgh \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$E \cdot K = 0.7m (V_1^2 + V_2^2) \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$F = \frac{E \cdot P - E \cdot K}{s} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \dots\dots\dots(8)$$

(c)公式解說：

公式(1)、(2)、(3)、(5)、(7)爲課本中所用的公式，公式(4)可由公式(3)減公式(1)再除公式(2)後獲得公式(8)由老師所引進，而公式(6)的形式却和課本中有關的動能的公式稍微不同，因爲根據老師的說法鋼珠(1)在跑道出口處除了具有移動的動能外，尙具有轉動的動能，由於老師的計算這時鋼珠的轉動動能應爲其移動動能的 4 / 5 倍，因此再加上轉動動能的結果，鋼珠(1)在跑道出口處所具有的總動能就成爲公式(6)那樣的形式了。

## 五、實驗步驟：

- 1 調整儀器的六個架腳，使得鉛錘(1)及鉛錘(2)都落在儀器的中心線上，然後再將鉛錘收起。
- 2 在某一個固定點上先固定可滑動支架(3)的位置然後再調整可滑動支架(2)的位置，使得鋼珠(1)在定位滾下後剛好撞在碰撞停止鋼板上距計時停止開關前一個直徑的距離點上固定可滑動支架(2)的位置。
- 3 把鋼珠(2)附在電磁鐵(2)上，使得鋼珠(1)能和鋼珠(2)碰撞，此時我們可以把手放在碰撞停止鋼板的邊緣處，並調整可滑動支架(1)的位置，使得鋼珠(1)及(2)撞在鋼板時所產生的振動經手的感覺爲一致時，固定可滑動支架(1)的位置。

4. 倒入鋼砂於鋼砂容器內，抹漿糊於圓盤上後，置於唱機上，開動唱機，關閉計時器開關，讓兩鋼珠在鋼板上撞擊後，停止唱機，取出圓盤，計數鋼砂在圓上所滴落的格數並記錄之。
5. 以捲尺輔以鉛錘測量  $S_1$  ,  $S_2$  及  $S_3$  的距離，並記錄之。
6. 換以不同的鋼珠，並改變可滑動支架(3)的位置，重覆以上的步驟，再作多組的實驗，記錄其結果。
7. 用馬錶測量算擺在 10 分鐘內擺動的次數，把數據記下。

#### 六、實驗數據：

1.  $h_{大} = 29.5 \text{ (cm)}$                        $h_{小} = 29.8 \text{ (cm)}$   
 $m_{大} = 44.8 \text{ (g)}$                        $m_{小} = 29.2 \text{ (g)}$   
 $s = 47.1 \text{ (cm)}$

#### 2 大鋼珠部分：

| 實驗次數 | $S_1 \text{ cm}$ | $S_2 \text{ cm}$ | $S_3 \text{ cm}$ | n 格  | t sec. | $V_1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ | $V_2 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ |
|------|------------------|------------------|------------------|------|--------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1    | 54.5             | 52.1             | 39.8             | 27.8 | 0.284  | 191.6                              | 43.44                              |
| 2    | 57.5             | 56.8             | 43.7             | 29.3 | 0.299  | 192.1                              | 43.66                              |
| 3    | 60.5             | 62.6             | 48.8             | 31.0 | 0.316  | 191.7                              | 43.57                              |
| 4    | 63.5             | 67.9             | 53.6             | 32.5 | 0.331  | 191.6                              | 43.34                              |
| 5    | 66.5             | 73.8             | 58.7             | 33.9 | 0.346  | 192.4                              | 43.52                              |
| 6    | 69.5             | 79.7             | 63.9             | 35.4 | 0.361  | 192.3                              | 43.81                              |

|  | $\frac{V_1}{V_2}$ | Joul<br>E.P. | Joul<br>E.K. | dyn<br>F | $\frac{\text{cm}}{\text{g sec}^2}$ | $\frac{\text{cm}}{V_3 \text{ sec}}$ |
|--|-------------------|--------------|--------------|----------|------------------------------------|-------------------------------------|
|  | 4.41              | 0.129        | 0.1210       | 1699     | 978                                | 277.8                               |
|  | 4.40              | 0.129        | 0.1217       | 1543     | 977                                | 292.1                               |
|  | 4.40              | 0.129        | 0.1212       | 1651     | 978                                | 309.0                               |
|  | 4.42              | 0.129        | 0.1210       | 1702     | 979                                | 324.0                               |
|  | 4.42              | 0.130        | 0.1220       | 1690     | 980                                | 339.1                               |
|  | 4.39              | 0.130        | 0.1220       | 1694     | 981                                | 354.1                               |

### 3. 小鋼珠部分：

| 實驗次數 | $S_1$ cm | $S_2$ cm | $S_3$ cm | n 格  | t sec | $V_1$ $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ | $V_2$ $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ |
|------|----------|----------|----------|------|-------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1    | 55       | 50.2     | 37.8     | 27.3 | 0.278 | 197.5                                | 44.78                                |
| 2    | 58       | 55.1     | 41.9     | 28.7 | 0.293 | 198.0                                | 44.89                                |
| 3    | 61       | 60.3     | 46.4     | 30.2 | 0.308 | 198.1                                | 45.03                                |
| 4    | 64       | 65.8     | 51.3     | 31.8 | 0.324 | 197.8                                | 44.74                                |
| 5    | 67       | 71.5     | 56.3     | 33.2 | 0.339 | 197.6                                | 44.80                                |
| 6    | 70       | 76.6     | 60.7     | 34.5 | 0.352 | 198.6                                | 45.12                                |

|  | $\frac{V_1}{V_2}$ | Joul<br>E.P. | Joul<br>E.K. | dyn<br>F | $\frac{\text{cm}}{\text{g sec}^2}$ | $\frac{\text{cm}}{\text{V}_3 \text{ sec}}$ |
|--|-------------------|--------------|--------------|----------|------------------------------------|--|
|  | 4.41              | 0.0851       | 0.08402      | 231      | 978                                | 271.9                                      |
|  | 4.41              | 0.0850       | 0.08406      | 198      | 977                                | 286.3                                      |
|  | 4.40              | 0.0851       | 0.08421      | 192      | 978                                | 301.2                                      |
|  | 4.42              | 0.0851       | 0.08388      | 263      | 978                                | 316.9                                      |
|  | 4.41              | 0.0852       | 0.08374      | 308      | 979                                | 331.9                                      |
|  | 4.40              | 0.0853       | 0.08455      | 160      | 980                                | 345.0                                      |

### 4. 單擺部分：

$$\ell = 40.0 \text{ (cm)}$$

$$N = 472 \text{ (次)}$$

$$T = 1.270 \text{ (sec)}$$

$$g = 978.4 \text{ (cm/sec}^2\text{)}$$

### 七、數據分析：

#### 1. 重力加速度部分：

(a) 由大鋼珠測得重力加速度平均值為  $978.8 \text{ cm/sec}^2$

(b) 由小鋼珠測得重力加速度平均值為  $978.3 \text{ cm/sec}^2$

(c)由單擺測得之重力加速度值為  $978.4 \text{ cm/sec}^2$

## 2. 摩擦力部分：

(a)大鋼珠在跑道上的平均摩擦力為  $1663 \text{ dyn}$

(b)小鋼珠在跑道上的平均摩擦力為  $226 \text{ dyn}$

## 3. 機械能部分：

(a)大鋼珠在跑道上的平均位能為  $0.1293 \text{ Joul}$

平均動能為  $0.1215 \text{ Joul}$

(b)小鋼珠在跑道上的平均位能為  $0.08513 \text{ Joul}$

平均動能為  $0.08408 \text{ Joul}$

## 4. 拋體運動的分析：

(a)速度的平均值部分

|     | $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$<br>$V_1$ | $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$<br>$V_2$ | $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$<br>$V$ | $\frac{V_1}{V_2}$ | $V_3$ |
|-----|---|---|---------------------------------------|-------------------|-------|
| 大鋼珠 | 192.0                                   | 43.56                                   | 196.9                                 | 4.407             | 316.0 |
| 小鋼珠 | 198.0                                   | 44.89                                   | 203.0                                 | 4.408             | 308.9 |

(b)以坐標法分析拋體運動。(請見附表)

## 八、實驗討論：

### 1. 實驗操作時的注意事項：

(a)實驗前一定得用鉛錘校正儀器的六個架脚之高度，使得儀器正好落在鉛直面上，如此才能確保兩粒鋼珠能在空中相撞，並且能減少我們在拋體運動中所可能發生的誤差。

(b)(1)在量度  $S_1$  的距離時，我們先在儀器上所附的標尺上讀出其長度，這個長度表示鋼珠(2)至跑道出口處的水平距離。但是鋼珠(1)撞在鋼板上時是離鋼珠(2)約一個鋼珠直徑的距離，(見步驟(2))，因此  $S_1$  的真正長度應該等於標尺上的讀數減去鋼珠的直徑。

(2)量度  $S_3$  的距離時，我們要先從鋼珠(2)定位後的底部量至鋼板的垂直距離，此段距離亦可用儀器所附的標尺上直接讀出其讀數，但是  $S_3$  所表的實際距離則等於標尺上的讀數加

上 0.4 公分，這是因爲計時停止開關必須在移動 0.4 公分後，才能切斷電流的緣故。

(3) 量度  $S_3$  的距離，我們可以用捲尺量出鋼板底部至儀器最上端的水平橫桿間的垂直距離後，再加上 0.4 公分減去 33 公分，這是因爲跑道出口離儀器最上端的水平橫桿爲 33 公分的緣故。

(4) 在量度距離時，我們若採用上面所述的方式，我們便可以使由鋼珠直徑處所產生的誤差消滅至最低的限度。

## 2 計時部分所產生的誤差：

(a) 微量天平開關至跑道出口處的距離爲 0.3 公分，而此時鋼珠的速度平均爲  $197 \text{ cm/sec}$ ，因此計時部分在此處所延誤的時間約爲 0.0015 秒，而計時停止開關所需移動的距離爲 0.4 公分，此時鋼珠的速度平均爲  $309 \text{ cm/sec}$ ，因此此處所延誤的時間約爲 0.0013 秒，綜合這兩個時間延誤效應，我們知道計時部分所產生的時間約少了 0.0002 秒，約佔碰撞計時總時間的 0.05 %。

(b) 鋼砂開關板在關閉或開啓鋼砂漏孔時所移動的距離相等，因此其所產生的時間延誤亦相等而互相抵消了，故此部分不發生誤差。

(c) 鋼砂滴在圓盤上的軌跡其頭尾部分雖爲錐形，這是因爲鋼砂滴在圓盤上會向外散的緣故，因此在計數鋼砂所滴落的格數時，我們應從頭尾兩部分的錐形中央處開始數起，如此才能使誤差縮至每格  $1/10$  也就是誤差格數約佔總格數的 0.32 %，因此計時在此處所產生的誤差爲 0.32 %。

(d) 由以上的討論知計時的誤差爲  $0.05\% + 0.32\% = 0.37\%$

## 3 重力加速度部份：

(a) 在做單擺的實驗時，擺長的不準爲 0.1 cm 佔總擺長的 0.25 %，而擺動次數的不準約爲 472 次中的半次，其誤差爲 0.11 %，因此由單擺所測得的重力加速度之總誤差爲  $0.25\% + 0.11\% = 0.36\%$ ，故單擺部份的重力加速度值可表爲  $g$



$$= (978.4 \pm 3.5) \text{ cm/sec}^2。$$

(b)由大鋼珠測得的重力加速度其誤差全部由計時部份而來，因此由大鋼珠所測得的重力加速度值可表為：

$$g = (978.8 \pm 3.6) \text{ cm/sec}^2$$

(c)由小鋼珠測得的重力加速度值可表為：

$$g = (978.3 \pm 3.6) \text{ cm/sec}^2$$

(d)由以上可知由大鋼珠、小鋼珠或單擺所測出的重力加速度值不但數值部份相近，即連誤差部份也都大致相同，尤其是其誤差範圍的狹小，使得重力加速度值相當的精確，這的確是一個足以令人欣慰的結果，但我們在此所量的重力加速度值並不剛好等於 980，這或許是因為成功國中位於壽山頂的緣故。

#### 4. 機械能轉換部份：

從(六)實驗數據中的大鋼珠部份及小鋼珠部份中，我們可以看出即使是在動能中包括了鋼珠的轉動動能，它的位能仍舊會比其總動能來的大，根據物理課本第六章有關於摩擦力的敘述，我們知道是因為位能在轉換成動能的過程中，摩擦力會對鋼珠做功產生熱能而消耗了能量，因此機械能並不守恒，但宇宙間的總能量仍然會維持不變的。

#### 5. 摩擦力部份：

(a)從(六)實驗數據中的摩擦力部份中，我們可以看出大鋼珠在每次的實驗中所受的平均摩擦力大致上相差不多，然而小鋼珠在每次的實驗中所受的平均摩擦力却有很大範圍的跳動，其原因可能是因為小鋼珠在電磁鐵(1)處定位時和跑道接觸的緊密程度比較不容易一致的結果，較鬆的接觸使得摩擦力減小，而較緊的接觸會使摩擦力增大。

(b)大鋼珠所受的平均摩擦力為 1663 達因，而小鋼珠所受的平均摩擦力為 226 達因，它們的比值為 7.4 倍，但大鋼珠與小鋼珠

重量的比值為  $\frac{44.8}{29.2} = 1.5$  倍，根據課本中關於摩擦力和正壓

力成正比的說法，在此實驗中顯然不成立，其不成立的原因大致有兩點：第一點是因為小鋼珠在電磁鐵(1)處定位和跑道的接觸較大，鋼珠來得鬆弛。第二點是因為小鋼珠在跑道上掉落時，必不完全是用滾下來的，它可能還包括了滑動的情形，因此在計算轉動動能時，可假定鋼珠掉落為滾動的條件並不完全合適，此項的不合適使得小鋼珠所計算出來的摩擦力較實際它所受的摩擦力來得小的緣故。

(c)我們在此以大鋼珠的情形來大致估計一下本實驗跑道上對鋼珠的滾動摩擦係數，根據課本第六章的說法摩擦係數為摩擦力對正壓力的比值，若假設大鋼珠在跑道上均是以滾動的方式掉落，其平均摩擦力為1663 達因，而大鋼珠在跑道上平均正壓力應為其重量的一半，即為 $44.8 \times 980 \div 2 = 21952$  達因，因此其滾動摩擦係數為 $1663 \div 21952 = 0.076$ ，其值較通常物質的動摩擦係數（約為0.4）要小得多，因此從此實驗我們可以知道物質在滾動時要比滑動時所受的摩擦力為小。

#### 6. 拋體運動部份：（參閱(t)數據分析中關於拋體運動的坐標圖）

(a)不論大鋼珠或小鋼珠，鋼珠(2)在坐標圖上的軌跡都是沿著鉛直方向的直線，由此可知自由落體所加速的方向均是沿著鉛直方向的。

(b)鋼珠(1)是作斜向拋體運動，它的軌跡據老師說是拋物線的一部份，這個性質我們可以從坐標圖下方所聯結的圓滑曲線中看出拋物線的形狀。

(c)若把大小鋼珠的兩個拋物線軌跡疊在一起來看，我們會發現大鋼珠軌跡的拋物線比小鋼珠軌跡拋物線稍微的窄一點，其原因可能是因為空氣阻力使得大鋼珠的水平距離比小鋼珠的水平距離來得稍短的緣故。

(d)若鋼珠(2)的定位會使得它和鋼珠(1)在空中相撞，那麼鋼珠(2)所定位的軌跡將會是一條通過跑道口的直線，這個性質我們可以從(四)實驗原理的公式(4)中看出來，並且這條直線的方向是沿著鋼珠(1)在跑道出口處的速度方向，由於速度的方向一

定和其運動軌跡相切，因此我們知道，由鋼珠(2)的定位所聯結的直線一定和跑道以及拋物線軌跡相切，而以上的諸性質，我們都可以從坐標圖上明顯地看出來，因此我們也證實了日常生活中的一項經驗，亦即當我們瞄準好一物，而丟以另一物時，若此兩物均同時脫手，那麼此兩物必然會在空中相撞。

#### 九、實驗價值：

當我們作完了實驗之後，我們不但能更清楚的瞭解了課本中題材的細節部份，我們更為我們所設計的精密計時工具而自豪，尤其當我們能在實際設計、操作分析、探討的過程中訓練自己而瞭解了什麼是研究物理的真正態度以及科學的意義後，我們深覺得我們是一群不光只會讀死書的學生了。