

2009 年臺灣國際科學展覽會

優勝作品專輯

編號： 140010

作品名稱

漩麗奇跡-漩渦崩潰現象之探討

得獎獎項

物理與太空科學科大會獎第二名

美國團隊正選代表：美國第 60 屆國際科技展覽會

學校名稱： 國立新竹女子高級中學

作者姓名： 古庭安 賴靜瑤

指導老師： 宋俊毅 林智遠

關鍵字： 渦流、漩渦崩潰

作者簡介



我是古庭安（圖左），就讀新竹女中數理資優班三年級，個性樂觀開朗，自小在鄉下長大，生活親近大自然，喜愛研讀有關自然科學方面的叢書，因此也培養了解決問題的思考能力。在高中接觸到物理之後，發現自己的興趣所在，故科展的研究領域選擇了物理，另外，再高二的暑假也參加了 TTSA 物理研習營，還有數學學科能力競賽。在這些特殊的經歷中，我不僅結交許多朋友，更在其中獲得令我受益良多的知識和經驗。

我是賴靜瑤（圖右），就讀新竹女中數理資優班三年級，喜歡閱讀、思考，並在下課時和老師或同學分享與討論。國中時就喜歡物理，高中時參加物理組科展，也利用暑假參加 2007 年 TTSA 物理研習營及物理科學科能力競賽，在其中的同儕們切磋砥礪，也獲得許多經驗與啟發。在這次實驗中，儘管過程艱辛，但在兩人的努力下，也體認到互相合作的重要，這些實驗對我在科學研究方面有很大的影響，也是很珍貴的經驗。

Vortex Breakdown

Abstract

When the turntable rotates the oil in the bottle, the rotation rate near the axis is higher and the pressure is lower. The pressure gradient can generate the upthrust, drawing up the water below and form a “water-mound”. When rising up to a certain height, the water-mound reaches a steady-state condition, which we call the “steady water-mound.”

The top of the “steady water-mound”, by the effect of the upthrust, can form a water vortex. Meanwhile, the gravity force of the water vortex, the backflow and the viscous forces on the interface of water and oil become stronger during the rising and accelerating of the water vortex. When the upthrust is whittled down to zero, the water vortex expands and occasions the phenomenon of “vortex breakdown”.

The experiment was divided into two parts: the study of the phenomenon of vortex breakdown and the steady water-mound.

a. Vortex Breakdown

Either the higher rotation rate or larger turntable can lower the height of the breakdown point (H_{max}) and decrease the reaction time(Δt). The increasing in the depth of the oil can contrarily higher the H_{max} and increase the Δt .

b. Steady Water-mound

Either the higher rotation rate or larger turntable can increase the volume of the steady water-mound. Besides, the increasing in the depth of the oil can reduce the volume.

摘要

將轉盤沒入油中轉動時，轉盤會帶動油旋轉，而轉動的油因為越靠轉軸中心轉速越快壓力越小，此壓力差形成一往上拉升的上升力，會使下方的水被往上拉出一水丘，當抽升至某高度後呈穩定狀態，稱為「穩定水丘」。

另外，水丘頂端受到上升力的作用而拉出一道加速上升的水渦流，隨著水渦流的加速上升，水渦流本身的重力、油水間黏滯力與回流皆增大，當上升力被抵銷至零時，水渦流便產生擴張混亂的「漩渦崩潰」現象。本實驗中將上述現象分為水渦流的漩渦崩潰現象與底部被拉出的穩定水丘兩部份做探討。

水渦流的漩渦崩潰現象部份，本實驗中當轉盤轉速增加或轉盤變大時，會使崩潰點高度(H_{max})減少，崩潰時間(Δt)越小。而當油越深時 H_{max} 與 Δt 會增大。

穩定水丘的部分，本實驗中當轉盤轉速增加或轉盤變大時，穩定水丘的體積變大。另當油越深時帶起的穩定水丘體積也越小。

「漩」麗奇「跡」－漩渦崩潰現象之探討

壹、研究動機

泡茶時，用湯匙攪拌茶水，發現原在杯中的茶葉會聚集到中間，並隨著湯匙倏地捲上來，看起來就像一個小型的龍捲風，在查了資料後才知道這和「漩渦崩潰」(Vortex Breakdown)現象有關，在自然現象龍捲風中也會出現漩渦崩潰現象，為了更進一步探究此現象，我們將油與水混合，作為水龍捲的簡易模型。

貳、研究目的

1.水龍捲的形成和漩渦崩潰的觀察與研究

1-1 探討轉盤轉速對漩渦崩潰點高度與漩渦崩潰時間的影響。

1-2 探討不同轉盤大小對漩渦崩潰點高度與漩渦崩潰時間的影響。

1-3 探討油的深度對漩渦崩潰點高度與漩渦崩潰時間的影響。

2.穩定水丘的觀察與研究

2-1 探討轉盤轉速對於穩定水丘組織狀態的影響。

2-2 探討不同轉盤大小對穩定水丘組織狀態的影響。

2-3 探討油的深度對於穩定水丘組織狀態的影響。

參、實驗原理

<參考原理 I>在流體旋轉時，外圍及底部流體，因槽壁及槽底摩擦力的影響，流速較慢，相對的壓力也較大，導致外圍的水流會轉入中心，是為強迫渦流。而本實驗的渦流為組合為強迫與自由渦流組成。

漩渦結構為自由漩渦及強制漩渦之組合漩渦

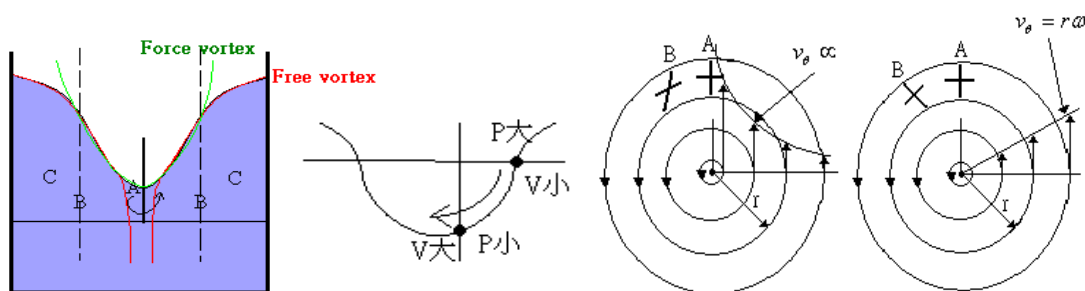


圖 1 倒置白色的部份為水，紫色的部份為油與及拍攝得水龍捲結構相同
(Combined vortex)

<參考原理 II> 白努利原理分析水龍捲的上升

如圖 2 所示當轉盤在油中旋轉時會帶動油旋轉，靠近瓶壁的油會受瓶子的摩擦力的影響使其速度近趨於零，而油越靠轉軸中心轉速越快，由白努利定理
$$h_1 \rho g + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 = h_2 \rho g + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2$$
 可知在軸心正下方處的油速度快壓力小，此壓力差形成一往上拉升的力量在此稱為上升力，上升力會使下方的水被往上拉出一水丘，水丘頂端因持續受到上升力的作用可拉出一道加速上升的水流，在此稱為水渦流。

針對從水丘頂端被拉出的水渦流水流而言，被拉出後會受到往下的力量，如水本身的重力、回流及油水之間的黏滯力。當水渦流所受往上力量大於往下力量時會加速上升(如圖 2.A 所示)。但隨著水渦流升高重力與黏滯力會隨之增大；另外，

當渦流速度變大時，在周圍帶動反向的回流強度亦隨之變大，水渦流會減速(如圖 2.B 所示)。推測水渦流在上升的過程中會先加速上升而後減速上升。

在加速上升的階段，由 $P = h\rho g$ 可知油對水往內擠壓的壓力較大，且此階段水渦流的速度變快壓力變小，所以水被油往內擠壓而直線上升。

在減速上升的階段，一方面油對水往內擠壓的壓力隨深度減少而下降，另一方面水渦流因為減速而使水壓變大，可假定當水減速到某一值時，水渦流的壓力與油的壓力相等，此時水渦流會無法直線上升而產生潰散(如圖 2.C 所示)。此點稱為崩潰點。

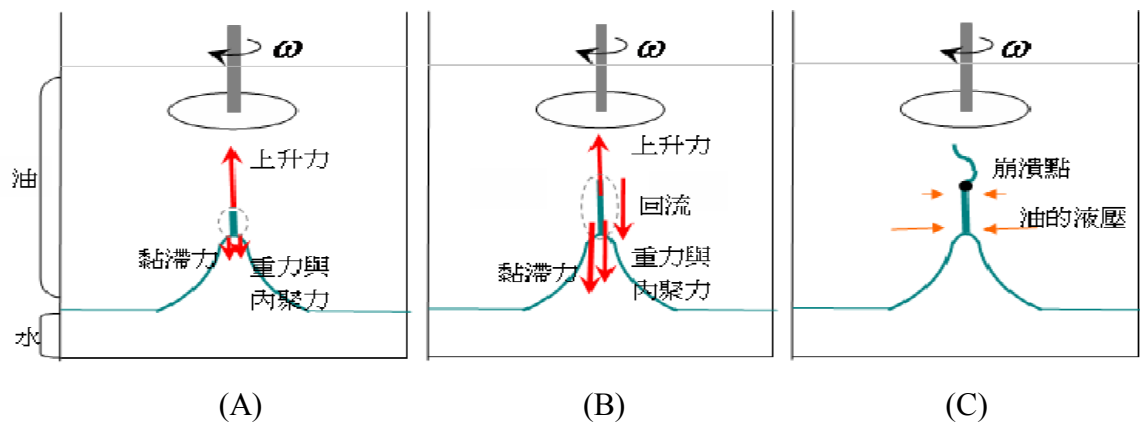
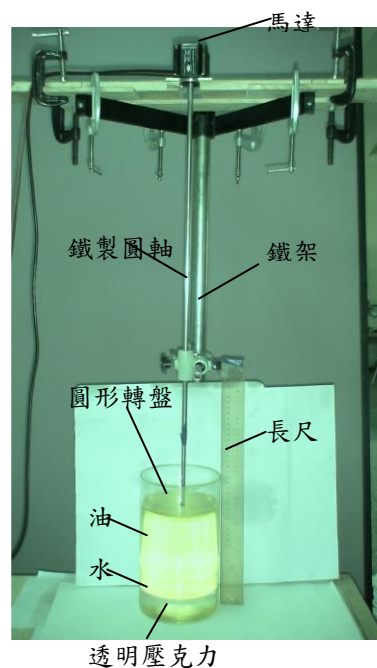
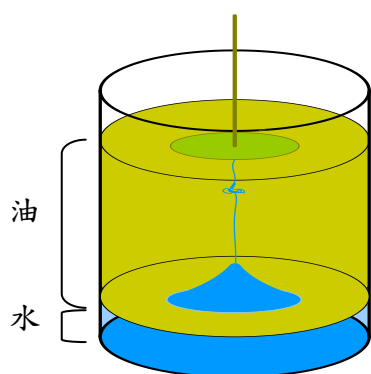


圖 2

肆、研究器材與實驗設計

1.研究器材與裝置

01、鐵架	1 支
02、C 型夾	8 個
03、木板	5 塊
04、鐵製圓軸	2 根
05、壓克力轉盤 (直徑：8.5、10、12cm)	3 個
06、檯燈	1 座
07、長尺	1 把
08、透明壓克力瓶 (高度 24.5cm；口徑 14.5cm)	1 個
09、螺絲	適量
10、芥花油	2 瓶
11、鐵夾	1 支
12、攝影機	1 組
13、MONTROL 馬達運動控制系統	1 組
14、白色硬紙板	1 張
15、固定用鐵環	2 個



2.名詞解釋

在油水混合溶液中因油水不互溶會有一介面，當轉盤在油中轉動時，由白努力定律可知在轉盤下方的區域各點會有壓力差，使下方的水被往上吸引，且因油水的折射率不同，我們可觀察到在一固定轉速下，油水間介面形狀的連續變化，我們擷取其中兩系列較典型的連續變化如圖 4.1 與圖 4.2 所示：

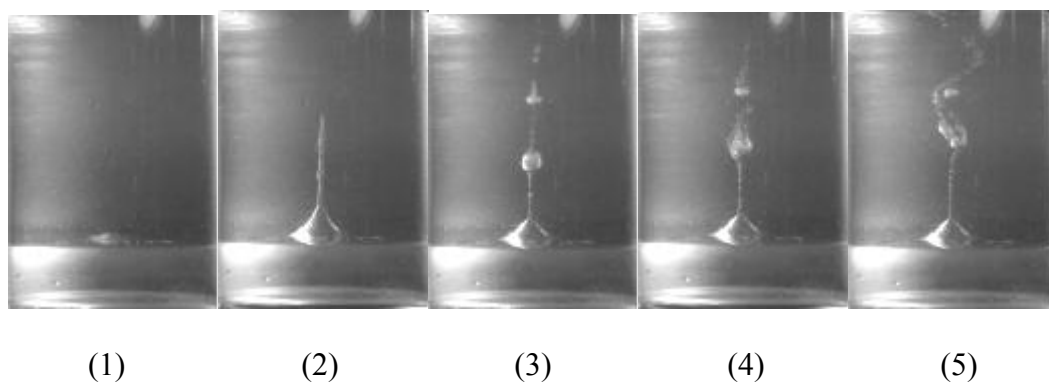


圖 4.1 水渦流被抽升過程的連續變化，系列圖(4)、(5)之穩定水丘呈山丘狀

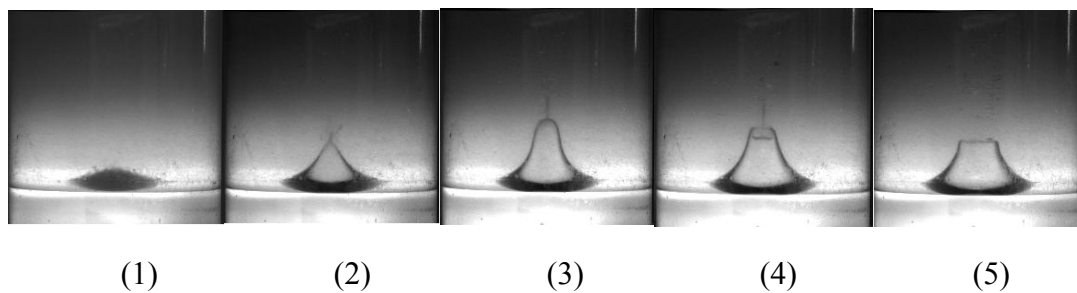
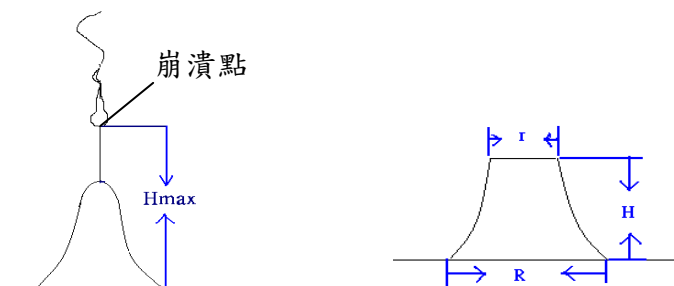


圖 4.2 水渦流被抽升過程的連續變化，系列圖(4)、(5)之穩定水丘呈平台狀

我們將圖 4.1、圖 4.2 所示中一連串的變化分為兩個部分進行討論：

圖(1)~(3)為水受吸引往上升至產生漩渦崩潰狀態的過程，圖(3)為崩潰瞬間，圖(4)~(5)為穩定的狀態。

1. 水渦流：因轉盤轉動而被抽升的水流，其形狀可由油水間界面形狀得知。
2. 穩定水丘：經過一段時間，水渦流呈穩定後的型態。
3. 崩潰高度(H_{max})：水龍捲產生漩渦崩潰瞬間，水面至崩潰點的高度。
4. 崩潰時間(Δt)：從轉盤開始轉動至產生漩渦崩潰瞬間所需的時間。
5. r ：穩定水丘上部平台之寬度。
6. H ：穩定水丘平台頂部至水面的高度。
7. R ：穩定水丘平台底部之寬度。
8. L ：所用轉盤的直徑。
9. H_0 ：油面到水面的深度。



伍、研究方法

實驗 1：水龍捲的形成及漩渦崩潰的觀察與研究

實驗 1-1：探討轉盤轉速對形成水龍捲的崩潰高度(H_{max})與崩潰時間(Δt)的影響

1. 在壓克力瓶裡裝入水 4cm,再加入油至 18cm。
2. 將直徑 10cm 的轉盤裝至轉軸上，使之沒入油面下 2cm。
3. 以電腦控制馬達轉速，分別觀察各轉速下水龍捲的形成與漩渦崩潰時機，並用攝影機拍攝下來。
4. 從攝影機拍攝的影片裡擷取不同轉速下漩渦崩潰瞬間的圖片，並測量崩潰高度及崩潰時間。

實驗 1-2：探討轉盤大小對崩潰高度(H_{max})及崩潰時間(Δt)的影響

1. 在壓克力瓶裡裝入水 4cm,再加入油至 18cm。
2. 將直徑 12cm 的轉盤裝至軸上，使之沒入油面下 2cm。
3. 以電腦控制馬達轉速，分別觀察各轉速下水龍捲的形成與漩渦崩潰時機，並用攝影機拍攝下來。
4. 從攝影機拍攝的影片裡擷取不同轉速下漩渦崩潰瞬間的圖片，並測量崩潰高度及崩潰時間。

5. 將步驟 2 中的轉盤直徑換成 10cm，使之距離油面 2cm，並分別重複步驟 3~4。

實驗 1-3：探討油高對崩潰高度(H_{max})及崩潰時間(Δt)的影響

1. 在壓克力瓶裡裝入水 4cm,再加入油至 22cm。
2. 將直徑 10cm 的轉盤裝至軸上，使之沒入油面下 2cm。

3. 以電腦控制馬達轉速，分別觀察各轉速下水龍捲的形成與漩渦崩潰時機，並用高速攝影機拍攝下來。
4. 從高速攝影機拍攝的影片裡擷取不同轉速下漩渦崩潰瞬間的圖片，並測量崩潰高度及崩潰時間。
5. 將油的深度降到 20cm、18cm，並分別重複步驟 2~4。

實驗 2：穩定水丘的觀察與研究

實驗 2-1：探討轉速對水丘形狀穩定時之組織狀態(r 、 R 、 H)的影響

1. 重複「實驗 1.1」的步驟 1~3。
2. 從攝影機拍攝的影片裡擷取不同轉速下水丘穩定時的圖片，並分別測量 r 、 R 、 H 。

實驗 2-2：探討油高對水丘形狀穩定時之組織狀態(r 、 R 、 H)的影響

1. 在壓克力瓶裡裝入水 4cm,再加入油至 22cm。
2. 將直徑 12cm 的轉盤裝至軸上，使之沒入油面下 2cm。
3. 以電腦控制馬達轉速，觀察在各轉速下水丘形狀穩定時之組織狀態，並分別用攝影機拍攝下來。
4. 從攝影機拍攝的影片裡擷取不同轉速下水丘穩定時的圖片，並分別測量 r 、 R 、 H 。
5. 將步驟 1 的油高降至 20cm、18cm、16cm、14cm，並分別重複步驟 2~4。

實驗 2-3：探討轉盤大小對水丘形狀穩定時之組織狀態(r 、 R 、 H)的影響

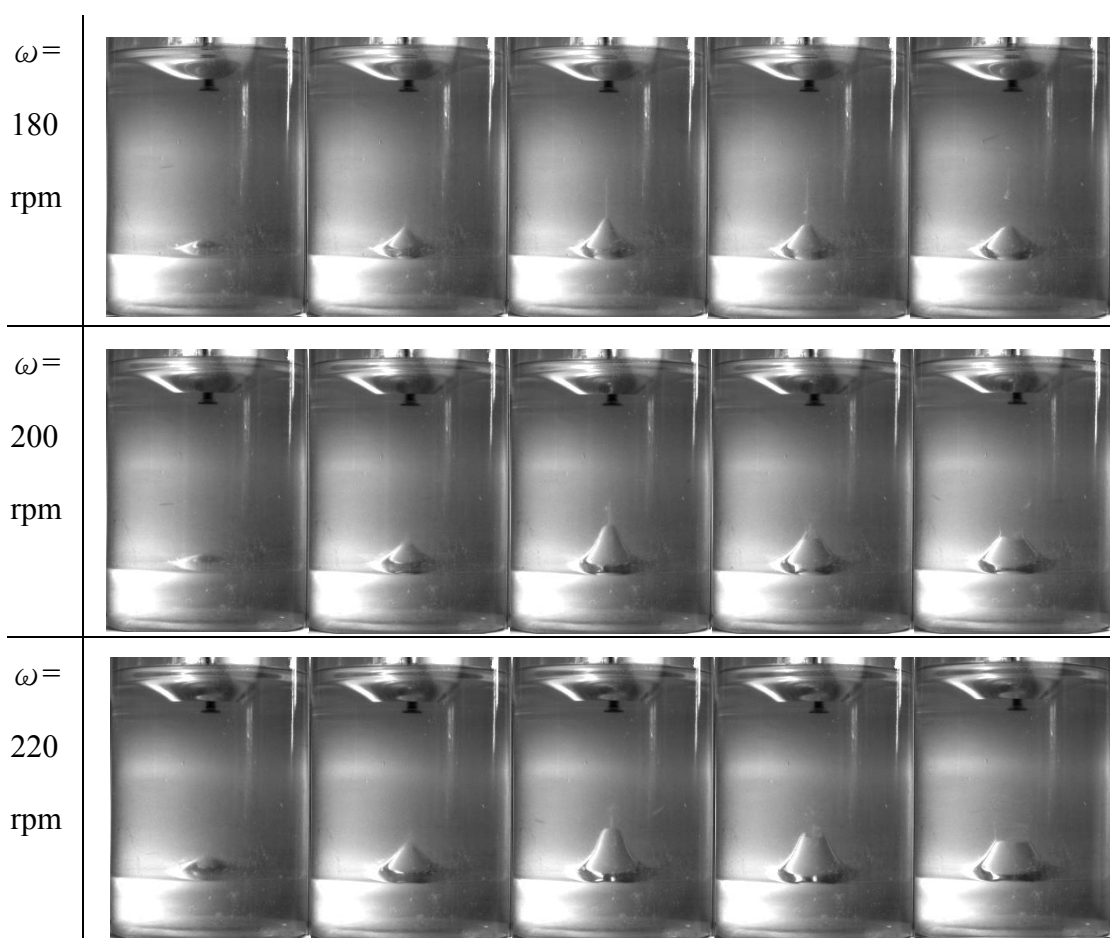
1. 在壓克力瓶裡裝入水 4cm，再加入油至 14cm。
2. 將直徑 8.5cm 的轉盤裝至軸上，使之沒入油面下 2cm。
3. 以電腦控制馬達轉速，觀察在各轉速下水丘形狀穩定時之組織狀態，並分別用攝影機拍攝下來。
4. 從攝影機拍攝的影片裡擷取不同轉速下水丘穩定時的圖片，並分別測量 r 、 R 、 H 。
5. 將轉盤直徑換為 10cm、12cm，使之距離油面 2cm，並分別重複步驟 3~4。

陸、研究結果

實驗 1：漩渦崩潰的觀察與研究

實驗 1-1：轉盤轉速對崩潰高度(Hmax)及崩潰時間(Δt)的影響

1. 控制變因：轉盤直徑 10cm，油高 18cm
2. 操縱變因：轉速 160、170.....240rpm
3. 轉盤直徑 10cm，油高 18cm 時，部份轉速下的水渦流圖形



4. 轉盤直徑 10cm，油高 18cm 時，轉盤轉速對崩潰高度(Hmax)及崩潰時間(Δt)量測的圖表與分析

如圖 1.1.1 所示分析：

在固定轉盤大小及油高下，隨著轉速(ω)的增加，崩潰高度(Hmax)會降低。

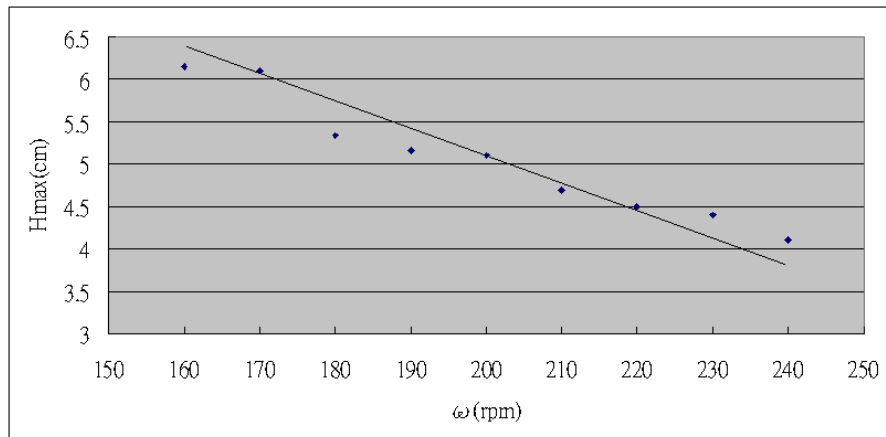


圖 1.1.1 轉速(ω)對 H_{max} 的影響

如圖 1.1.2 所示分析：

在固定轉盤大小及油高下，隨著轉速(ω)的增加，崩潰時間(Δt)會減少。

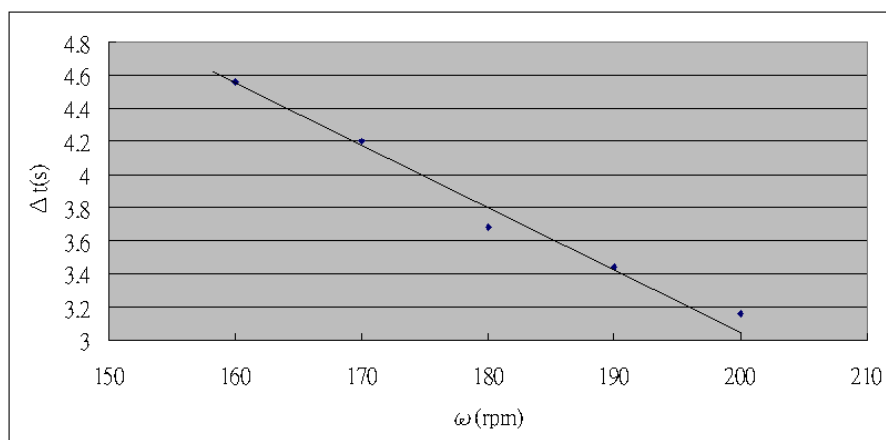
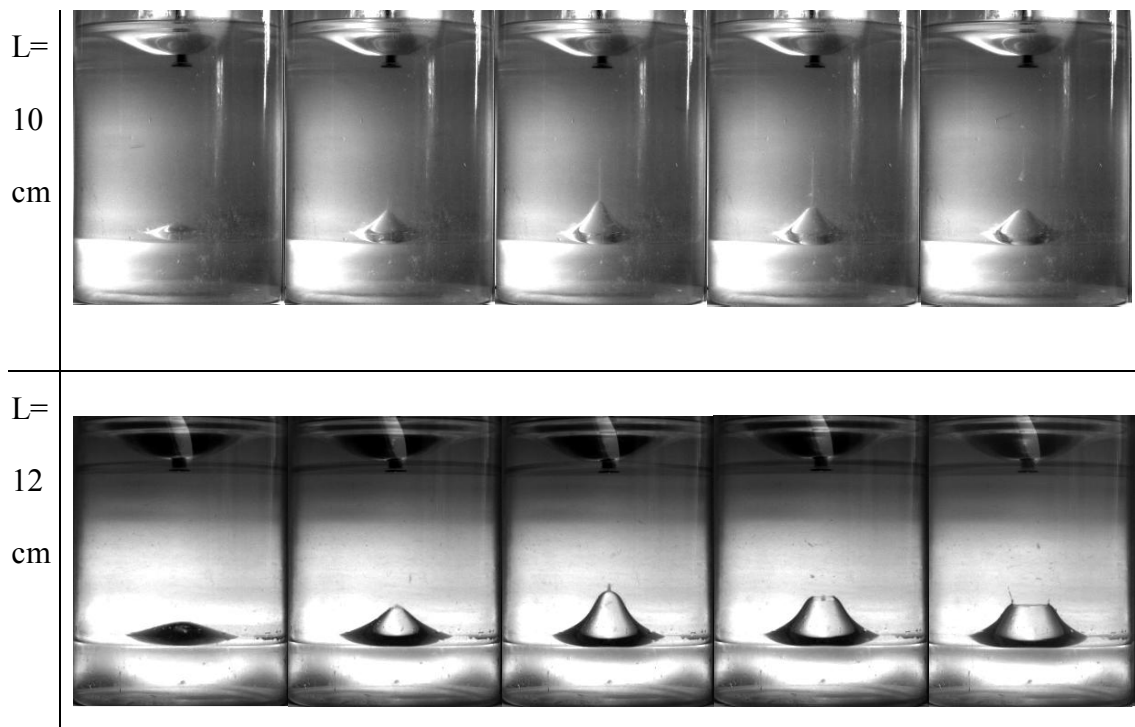


圖 1.1.2 轉速(ω)對於崩潰時間(Δt)的影響

實驗 1-2：轉盤大小對崩潰高度(H_{max})及崩潰時間(Δt)的影響

1. 控制變因：油高 18cm
2. 操縱變因：轉盤直徑 10cm、12cm，轉速 130、170.....240rpm
3. 油高 18cm，轉速 220 rpm 時，不同轉盤直徑下的的水渦流圖形



4. 油高 18cm 時，轉速 220 rpm 時，轉盤直徑 10cm、12cm 時，各種轉速下崩潰高度(Hmax)及崩潰時間(Δt)的圖表與分析

如圖 1.2.1 所示分析：

在固定油高下加大轉盤直徑，崩潰高度(Hmax)有降低的趨勢。

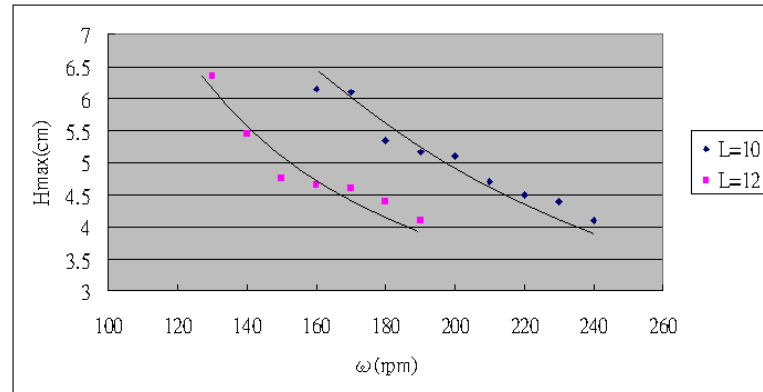


圖 1.2.1 轉盤大小對於 Hmax 的影響

如圖 1.2.2 所示分析：

在固定油高下加大轉盤直徑，崩潰時間(Δt)有增加的趨勢。

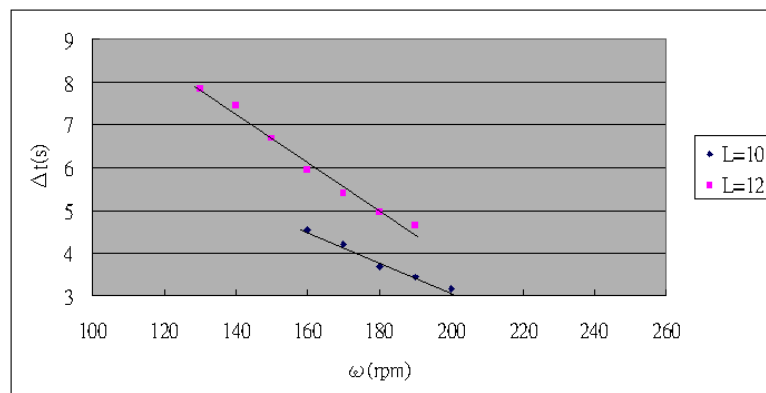
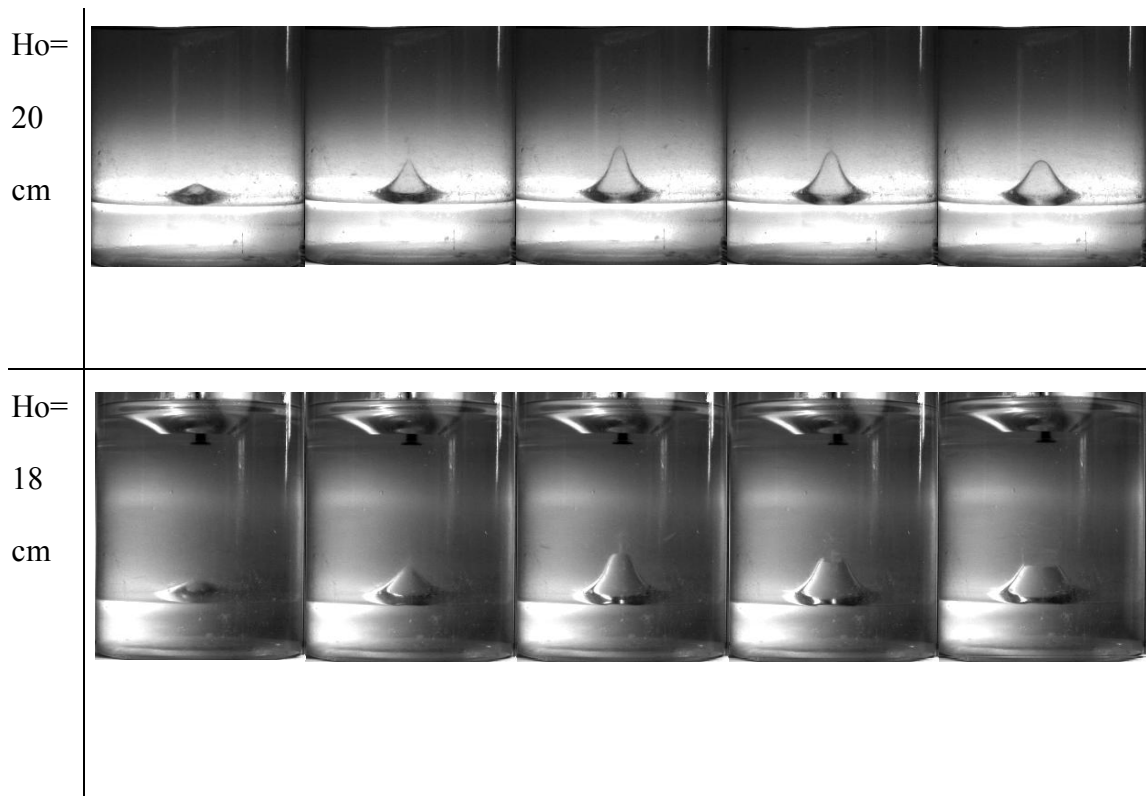


圖 1.2.2 轉盤大小對於崩潰時間(Δt)的影響

實驗 1-3：油高對崩潰高度(H_{max})及崩潰時間(Δt)的影響

1. 控制變因：轉盤直徑 10cm
2. 操縱變因：油高 18cm、20cm，轉速 190、200.....290rpm
3. 轉盤直徑 10cm 時，油高 18cm、20cm 下的水渦流圖形



4. 轉盤直徑 10cm，油高 18cm、20cm 時，各種轉速下崩潰高度(H_{max})及崩潰時間(Δt)的圖表與分析

如圖 1.3.1 所示分析：

在轉盤大小不變時，加高油高崩潰高度(H_{max})有升高的趨勢。

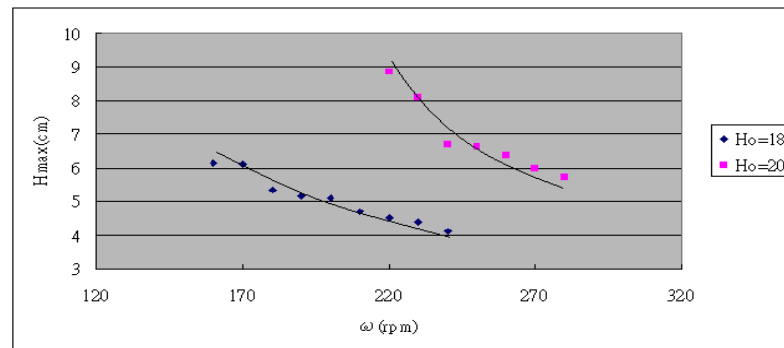


圖 1.3.1 轉盤大小對於 H_{max} 的影響

如圖 1.3.2 所示分析：

在轉盤大小不變時，加高油高崩潰時間(Δt)有增加的趨勢。

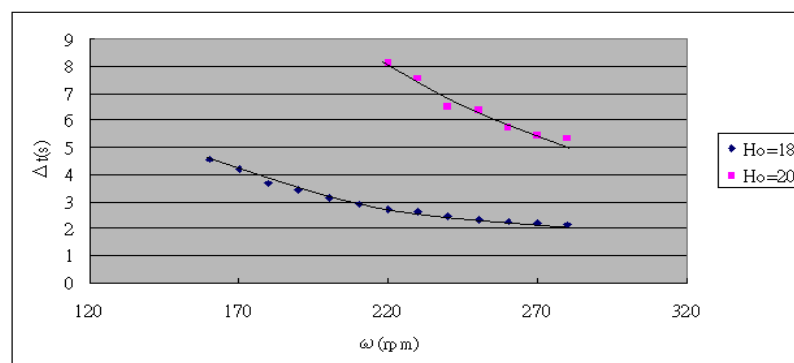
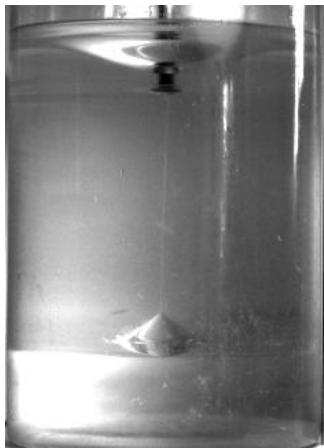




圖 1.3.2 轉盤大小對於 H_{max} 產生時間(Δt)的影響

實驗 2：穩定水丘的觀察與研究

實驗 2-1：研究轉速對水丘形狀穩定時之組織狀態(r、R、H)的影響

1. 控制變因：轉盤直徑 10cm，油高 18cm
2. 操縱變因：轉速 130、140.....330rpm
3. 轉盤直徑 10cm，油高 18cm 時的穩定水丘圖形

$\omega=160\text{rpm}$	$\omega=200\text{rpm}$	$\omega=240\text{rpm}$
		

4. 轉盤直徑 10cm，油高 18cm 時穩定水丘量測結果的圖表與分析

如圖 2.1.1~圖 2.1.3 所示分析：

在固定轉盤大小及油高下，隨著轉速增加， r 、 R 、 H 均會加大。

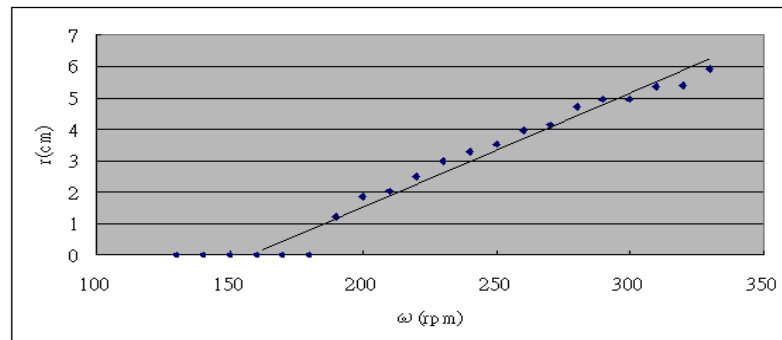


圖 2.1.1 轉速對穩定水丘狀態 r 的影響

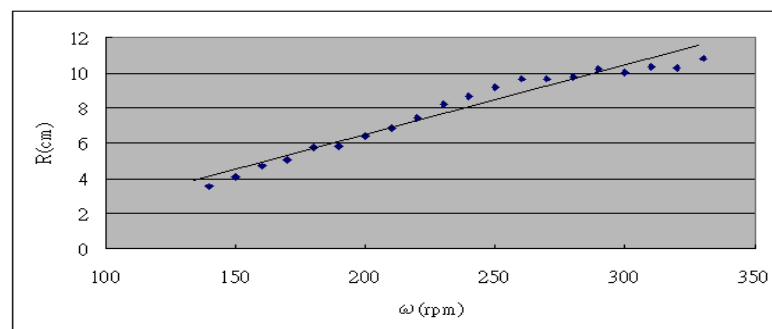


圖 2.1.2 轉速對穩定水丘狀態 R 的影響

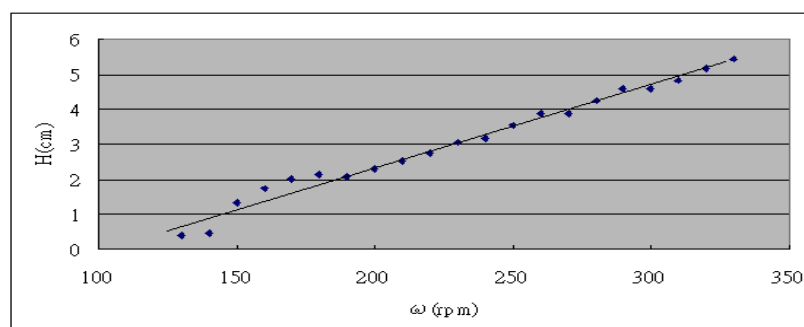


圖 2.1.3 轉速對穩定水丘狀態 H 的影響

如圖 2.1.4 所示分析：

隨著轉速增加，轉盤角動量加大，而水丘體積有增大的趨勢

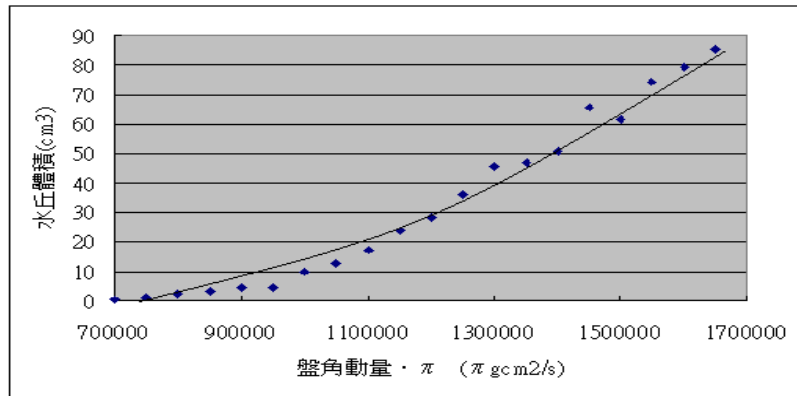
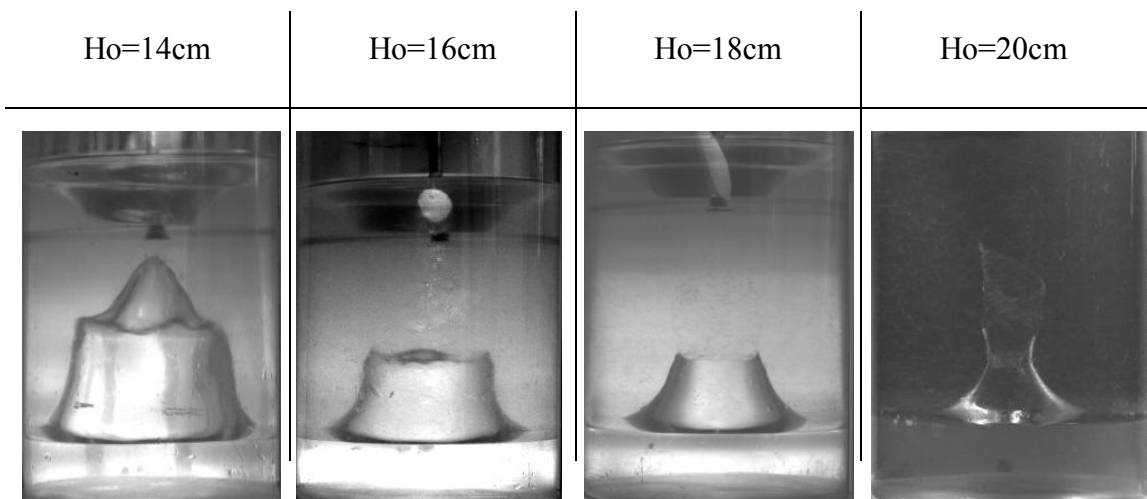


圖 2.1.4 轉盤角動量對穩定水丘體積的影響

實驗 2-2：研究油高對穩定水丘組織狀態(r、R、H)的影響

1. 控制變因：轉速 220rpm，轉盤直徑 12cm
2. 操縱變因：油高 14cm、16cm、18cm、20cm
3. 轉盤直徑 12cm 轉速 220rpm，各油高下穩定水丘圖形



4. 轉盤直徑 12cm 轉速 220rpm，各油高下穩定水丘的圖表與分析

如圖 2.2.1~圖 2.2.4 所示分析：

在固定轉盤大小及轉速下，隨著油高加高， r 、 R 、 H 及水丘體積均會變小。

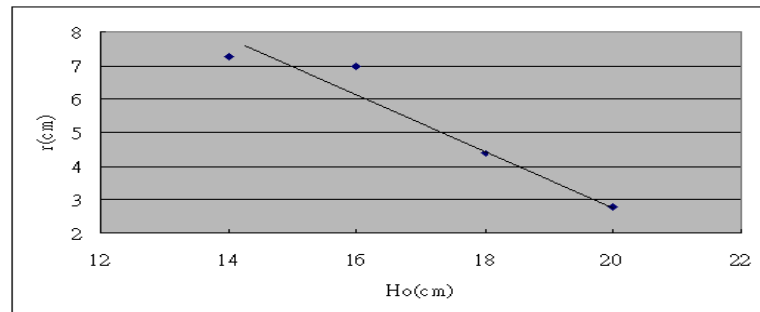


圖 2.2.1 油高對穩定水丘狀態 r 的影響

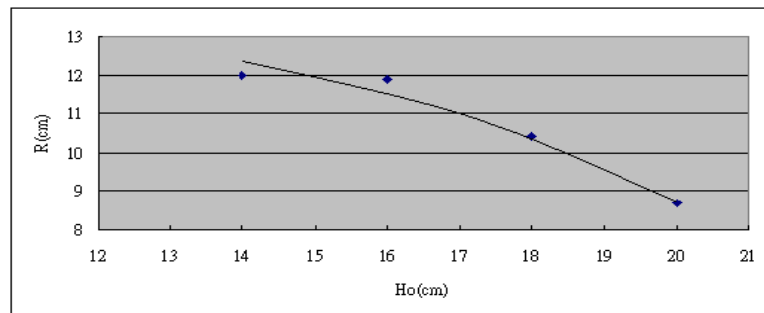


圖 2.2.2 油高對穩定水丘狀態 R 的影響

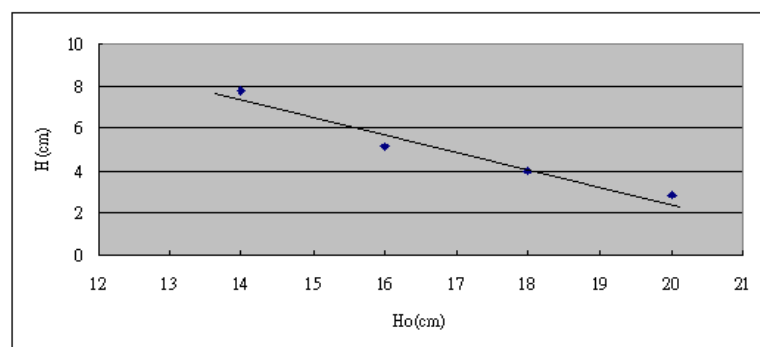


圖 2.2.3 油高對穩定水丘狀態 H 的影響

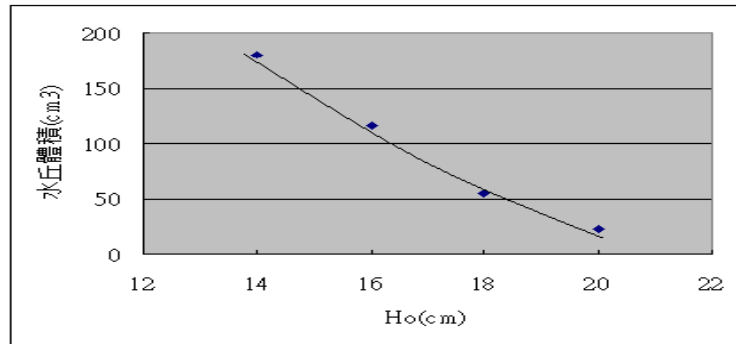


圖 2.2.4 油高對穩定水丘體積的影響

5. 為了更加確認油高對穩定水丘組織狀態(r 、 R 、 H)的影響，我們固定轉盤直徑 12cm、轉速 220rpm，改變油高 14cm、16cm、18cm、20cm、22cm，得各轉速下的穩定水丘狀態 r 、 R 、 H 的圖（實驗數據詳見附錄一）。

如圖 2.2.5~圖 2.2.7 所示分析：

在固定轉盤大小時，隨著油高加高，各轉速下的 r 、 R 、 H 皆有變小的趨勢。

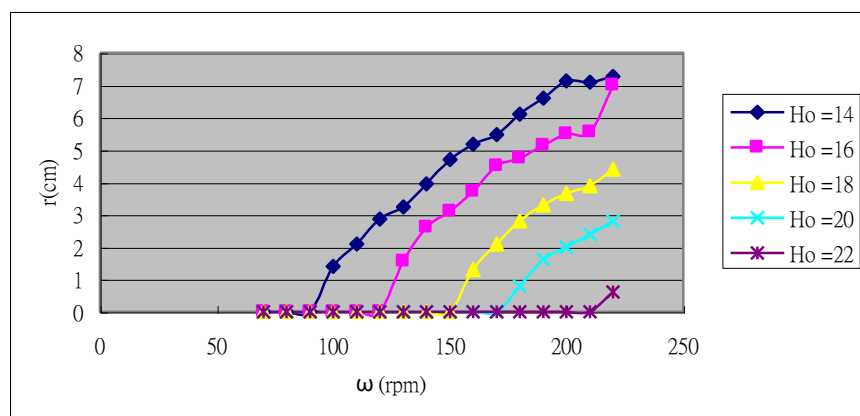


圖 2.2.5 各油高下轉盤轉速對穩定水丘狀態 r 的影響

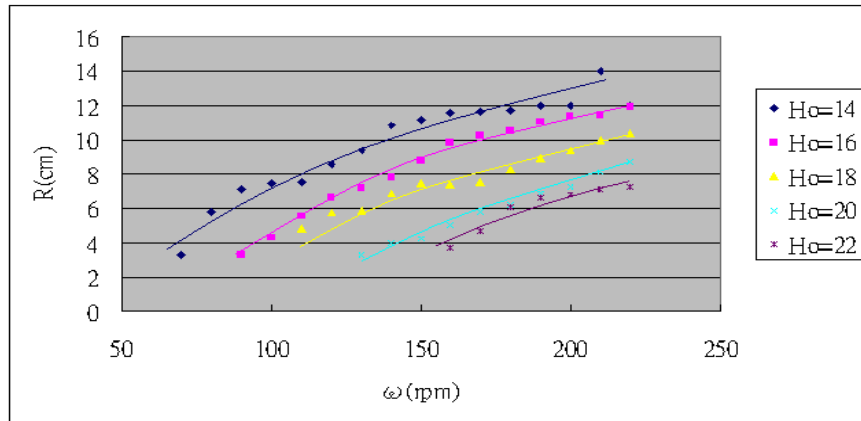


圖 2.2.6 各油高下轉盤轉速對穩定水丘狀態 R 的影響

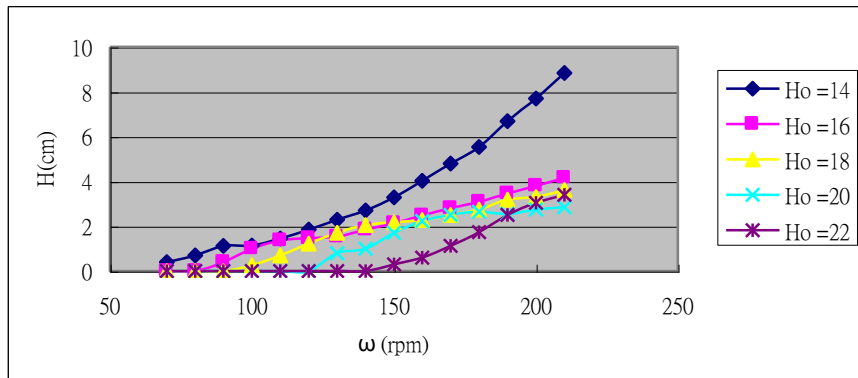
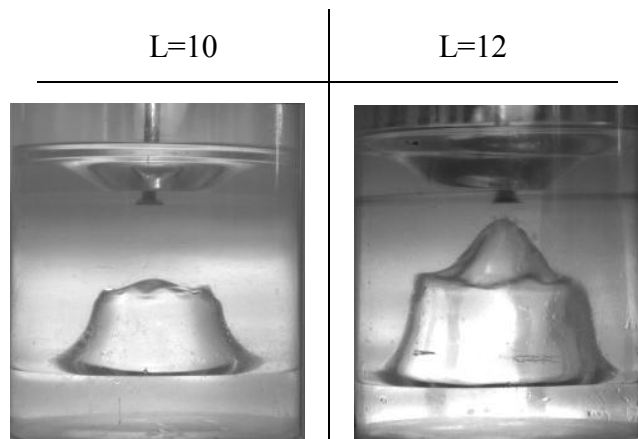


圖 2.2.7 各油高下轉盤轉速對穩定水丘狀態 H 的影響

實驗 2-3：研究轉盤大小對水丘形狀穩定時之組織狀態(r、R、H)的影響

1. 控制變因：轉速 220rpm，油高 14cm
2. 操縱變因：轉盤直徑 8.5cm、10cm、12cm
3. 轉速 220rpm，油高 14cm 時各轉盤的穩定水丘圖形



4. 轉速 220rpm，油高 14cm 時各轉盤穩定水丘的圖表與分析

如圖 2.3.1~圖 2.3.3 所示分析：

在固定油高及轉速下，加大轉盤直徑，則 r 、 R 、 H 均會增大。

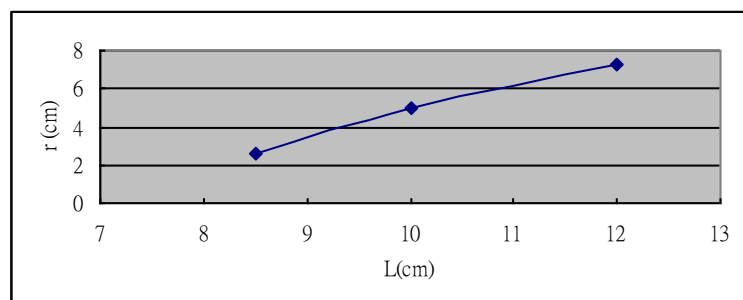


圖 2.3.1 轉盤大小對穩定水丘狀態 r 的影響

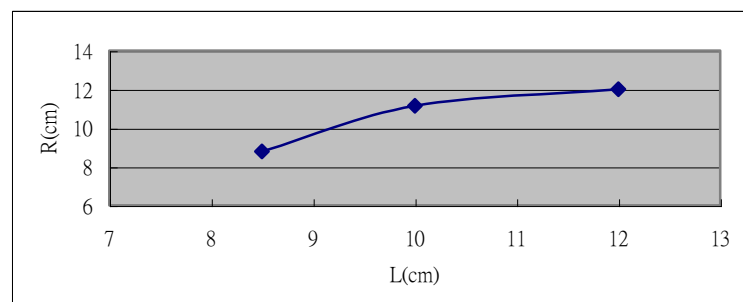


圖 2.3.2 轉盤大小對穩定水丘狀態 R 的影響

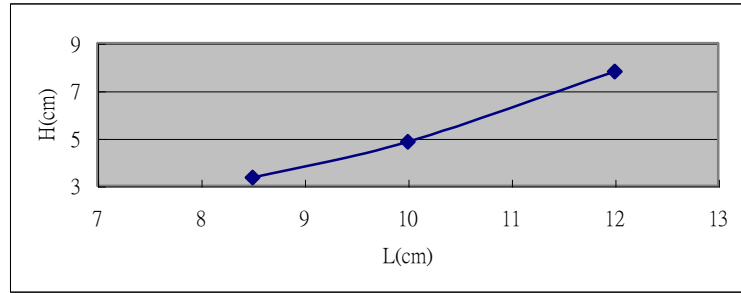


圖 2.3.3 轉盤大小對穩定水丘狀態 H 的影響

如圖 2.3.4 所示分析：

隨著轉盤加大，轉盤角動量增加，而水丘體積有增大的趨勢

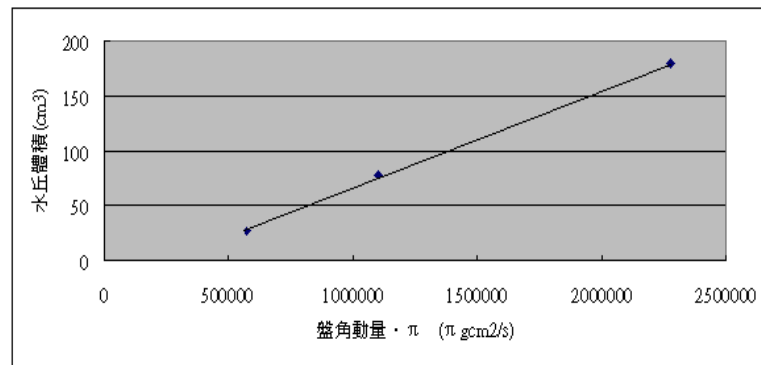


圖 2.3.4 轉盤角動量對穩定水丘體積的影響

5. 為了更加確認轉盤直徑對穩定水丘組織狀態(r 、 R 、 H)的影響，我們固定油高 14cm，改變轉盤直徑 8.5cm、10cm、12cm，得各轉速下的穩定水丘狀態 r 、 R 、 H 的圖（實驗數據詳見附錄二）。

如圖 2.3.5 ~圖 2.3.7 所示分析：

在固定固定油高時，隨著轉盤大小變大，各轉速下的 r 、 R 、 H 皆有變大的趨勢。

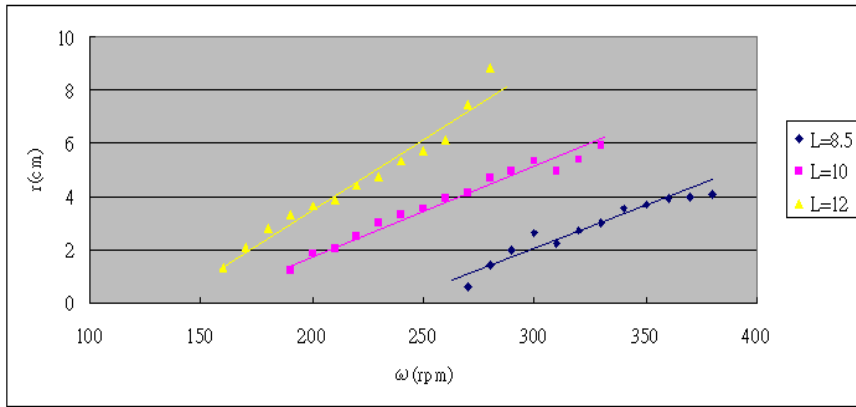


圖 2.3.5 轉盤大小對穩定水丘狀態 r 的影響

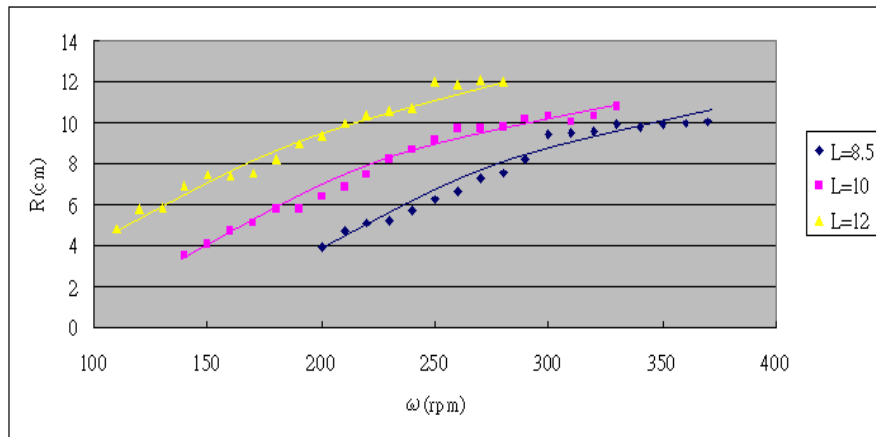


圖 2.3.6 轉盤大小對穩定水丘狀態 R 的影響

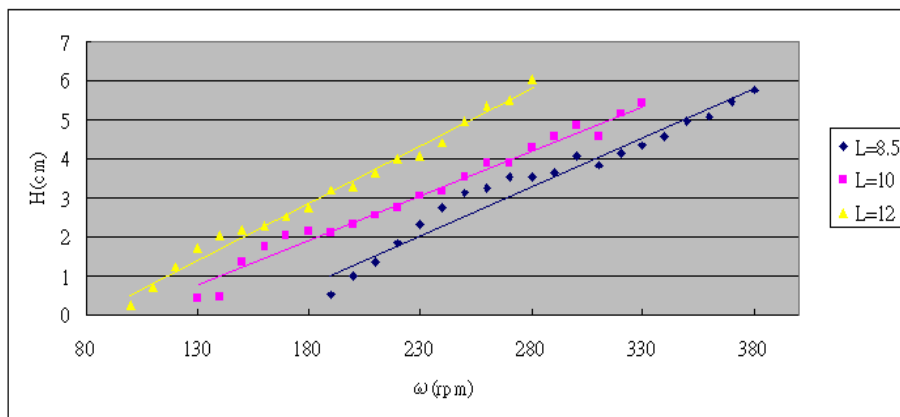


圖 2.3.7 轉盤大小對穩定水丘狀態 H 的影響

柒、實驗討論

1. 漩渦崩潰的觀察與研究

1-1 轉盤轉速與崩潰高度、崩潰時間的關係

數據分析：由數據可發現轉速越大，崩潰高度(H_{max})越低；崩潰時間(Δt)越短。

實驗討論：轉盤轉速大表示油水界面處所帶動的油轉速較大，產生較大的速度差與壓力差，這會造成較大的上升力，水渦流相當於急速加速而後猛踩煞車，在此狀況下到達相同臨界速度時水渦流達臨界速度前所走的距離與時間應該都會較小，實驗時所觀察到的即為 H_{max} 與 Δt 會隨著轉速的增加而減少。

1-2 轉盤大小與崩潰點高度、發生崩潰的時間的關係

數據分析：由實驗發現轉盤直徑越大，崩潰高度(H_{max})越低；崩潰時間(Δt)越長。

實驗討論：使用的轉盤越大表示所帶動的油越多，油水界面處所帶動的油轉速較大，會造成較大的上升力，如 1-1 的討論所述， H_{max} 應會隨盤增大而減小。而雖然較大的上升力意味著水渦流上升後到崩潰所經歷的時間較短；但轉盤大所帶動的油會較多，加速油的時間會相對較長。實驗中所測量的 Δt 為兩者的時間和，所以隨轉盤變大 Δt 有變大的趨勢。

1-3 油的深度與崩潰點高度、發生崩潰的時間的關係

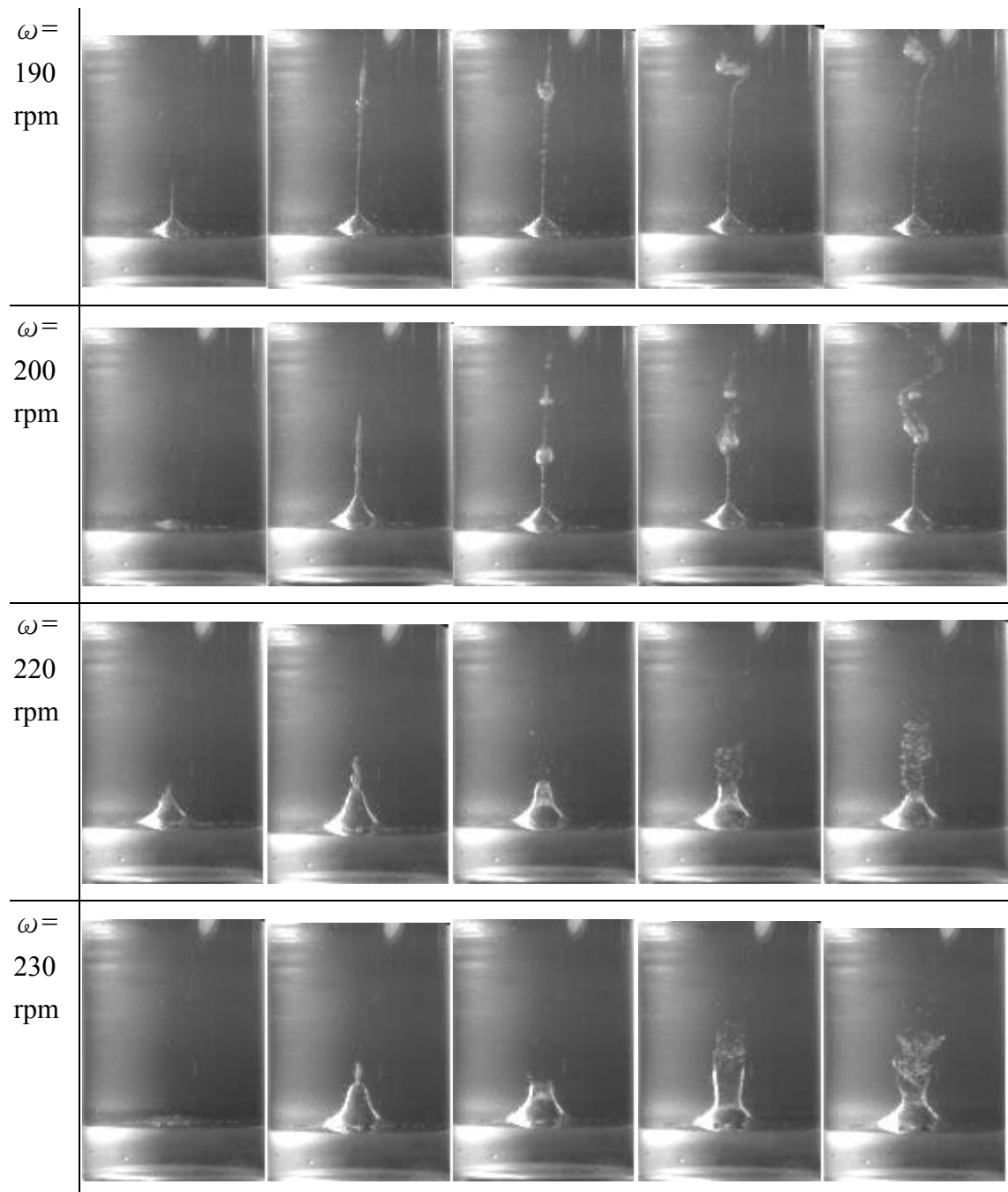
數據分析：由數據可知油高越高，崩潰高度(H_{max})越高；崩潰時間(Δt)越長。

實驗討論：實驗時設計轉盤在油面下 2cm 處，所以油高越高時，轉盤與油水交界面的距離較遠，油水界面處所帶動的油轉速較小，所造成上升力較小。所以水渦流在較小的加速度下，會使水渦流在達臨界速度時，所前進

的距離與所需的時間增大，實驗時所觀察到的即為 H_{\max} 與 Δt 會隨著油高的增加而增加。

1-4 漩渦崩潰圖形的探討

在實驗時，我們觀察到不同的漩渦崩潰，其中較顯著的漩渦崩潰型態變化如下：(轉盤直徑 10cm、油高 22cm)



如圖 1.4.1~圖 1.4.2 所示，所觀察到較顯著的漩渦崩潰現象大致上可分為兩種型態：

1.泡型漩渦崩潰：崩潰發生時，回流和渦流在崩潰點相遇產生球形的泡狀物，如圖 1.4.1 所示。



圖 1.4.1 泡型漩渦崩潰



圖 1.4.2 螺旋型漩渦崩潰

2. 穩定水丘的觀察與研究

2-1 轉盤轉速與穩定水丘組織的關係

數據分析：由實驗數據可以發現轉速越大， r 、 R 、 H 會加大。

實驗討論：轉盤轉速大表示油水界面處所帶動的油轉速較大，會造成較大的上升力，所產生的穩定水丘的組織也會越大。

2-2 轉盤大小與穩定水丘組織的關係

數據分析：經由實驗發現，轉盤直徑越大， r 、 R 、 H 會加大。

實驗討論：實驗所使用的轉盤越大，所帶動的油越多，會造成較大的上升力，所產生的穩定水丘的組織也會越大。

2-3 油的深度與穩定水丘組織的關係

數據分析：由實驗可知，油高越高， r 、 R 、 H 則會減小。

實驗討論：實驗時設計轉盤在油面下 2cm 處，所以油高越高時，轉盤與油水交界面的距離較遠，油水界面處所帶動的油轉速較小，所造成上升力較小，所產生的穩定水丘的組織會變小。

2-4 穩定水丘圖形的探討

在實驗 2 中，當轉速增大或轉盤加大或油高降低的情況下，可觀察到被拉起的穩定水丘體積會增大，最後甚至頂端會崩塌形成帳篷狀(如圖 2.4.1 ~ 圖 2.4.2 所示)。另在油高降低的狀況下，當油面為 14 cm 時，隨著轉速增大水丘上部平台會變大，達到一定大小時，會以水丘上部平台為基底於其上再產生一個小型水丘(如圖 2.4.3 所示)。由〈實驗參考原理 I〉自由漩渦部分所述，若將所形成的穩定水丘視為自由渦流，其總角動量不變，可以推測所帶起的穩定水丘的體積應與被帶起水的角動量有關。值得注意的是，在穩定水丘中，當產生漩渦崩潰而水丘呈穩定後，尖端會崩塌而成帳篷狀，此應為水丘的尖端為一不穩定平衡，當漩渦崩潰後其形狀會變為較穩定的帳篷狀，且實驗時在平台周圍亦發現類似駐波存在的現象(如圖 2.4.2 所示)。

如圖 2.4.3 所示推測是因為轉盤轉動時，當水丘上部平台面積夠大時，轉盤可以水丘上部平台為基底，在其上產生再抽起一個新的小型水丘。



圖 2.4.1

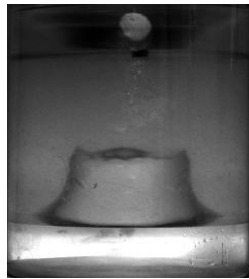


圖 2.4.2

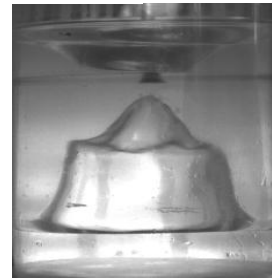


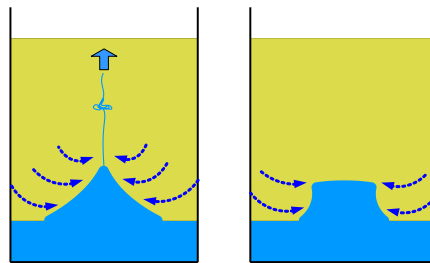
圖 2.4.3

捌、結論

1. 漩渦崩潰與穩定水丘形成原因的力學分析

將轉盤沒入油中轉動時，轉盤會帶動油旋轉，而轉動的油因為越靠轉軸中心轉速越快壓力越小，此壓力差形成一往上拉升的上升力，會使下方的水被往上拉出一水丘，當抽升至某高度後呈穩定狀態，稱為「穩定水丘」。

另外，水丘頂端受到上升力的作用而拉出一道加速上升的水渦流，隨著水渦流的加速上升，水渦流本身的重力、油水間黏滯力與回流皆增大，當上升力被抵銷至零時，水渦流便產生擴張混亂的「漩渦崩潰」現象。



2. 轉盤轉速與轉盤大小對崩潰高度(H_{max})、崩潰時間(Δt)的影響

當轉盤轉速增加或轉盤變大時，會使油水界面處油的轉速增加而提供較大的上升力，造成水渦流較大的加速度，此情形下水渦流達到崩潰點所前進的距離與所花時間皆較小，實驗時所觀察到的現象即為崩潰高度 (H_{max})、崩潰時間(Δt)減少。

3. 油深對崩潰高度(H_{max})、崩潰時間(Δt)的影響

而當油深增加時，因轉盤與交界面較遠，所造成交界處的油轉速變小，造成 H_{max} 與 Δt 皆較大。

4. 漩渦崩潰圖形的探討

觀察到較顯著的漩渦崩潰現象大致上可分為泡型漩渦崩潰、螺旋型漩渦崩潰。

5. 轉盤轉速與轉盤大小對穩定水丘的影響

當轉盤轉速增加或轉盤變大時，油水界面處的油會有較大角速度，帶起的穩定水丘角動量也越大，實驗時所觀察到的便是穩定水丘的體積變大。

6. 油深對穩定水丘的影響

當油越深時轉盤與交界面越遠，油水界面處的油會有較小角速度，帶起的穩定水丘角動量越小，實驗時所觀察到的便是穩定水丘的體積變小。

7. 穩定水丘圖形的探討

若將所形成的穩定水丘視為自由渦流，其總角動量不變，所帶起的穩定水丘的體積與被帶起水的角動量有關。

玖、感想及未來展望

實驗起頭時，最令我們困擾的就是如何使我們要觀察的漩渦有明顯的軌跡，從一開始的茶葉、玻璃沙...，但這些素材太散亂，難以觀察，當我們備感灰心時，突然瞥見放在書櫃上端的擺飾品，由兩種互不相容的液體所組成的，中間漂浮著許多可愛的小飾品，我們靈機一動，便利用容易取得的油與水達到我們期望的效果，接下來又是一波一波的挑戰拔山倒樹而來，支架的組裝、測量的方法、儀器使用上的熟練...等，在經歷了這一連串的實驗，我們也從中受益良多，所有的實驗都是需要合作、耐心、毅力、精確的測量以及為實驗無怨無悔付出的熱忱，即使過程中吃了不少苦頭，但當香噴噴的結果出爐時，那美妙的滋味是無法形容的!!!

若還有更多的時間，我們也希望更進一步地研究，探討實驗中：

1. 不同口徑壓克力瓶、不同溫度、不同品牌的油(不同的密度、黏滯度等)、轉盤沒入不同深度對漩渦崩潰現象及穩定水丘組織的影響。
2. 穩定水丘狀態下是否有駐波存在，若有，其型態為何。
3. 探討水龍捲、漩渦的形成，以及模型製作。

拾、參考文獻

1. 蔡豐欽著 流體力學概論第四版 新文京開發出版有限公司
2. 蔡欽豐、毛世威 未限制渦漩尾流流場之不穩定結構 黃埔學報第四十九期
3. 李國源 國立成功大學航空與太空工程所碩士論文 停滯流燃氣噴注漩渦燃燒器之流場與火焰研究
4. Frank M. White 原著 劉旭光譯 流體力學 麥格羅·希爾國際股份有限公司
5. 褚德三編 高中物理(上)運動學及物理(下)流體的性質 龍騰文化事業公司編印

評語

作者們以精緻的實驗，展現一系列有趣的漩渦崩潰現象，實難能可貴。實驗內容也相當新奇有趣，惟對於崩潰點的定義有點混淆不清的缺點。

Abstract

A lid on top of a cylindrical container filled with a layer of oil over another layer of water is set to spin. As one increases the angular velocity of the lid, the motion of the binary fluid turns out to be much more complicated and interesting than one's intuition might have suggested: the oil-water interface goes through a series of morphology, first forming a bulge upward to a mound with a plateau, which itself develops yet another mound when the spin exceeds certain threshold. Depending on the height of the driving lid, a further increase in the spin can cause the plateau or the "double mound" configuration to develop a stable carousel structure around its edge. The whole interfacial structure is quite robust, and it remains stable until a final critical spin is reached, beyond which the interface simply disrupts, leading to a chaotic mixing of the oil and the water. At each stage of interfacial morphology, vortex breakdown with a vortex ring resembling a goblet and later an apple can also be observed in the oil layer. We also determined the complete phase diagram and obtained several scaling relations.

I. Introduction

When one stirs a pot of scented tea with a spoon, the dried rose petals will congregate in the center of the pot, and be lifted by an upward flow, making the scenario a bit like how a small tornado behaves.(Figure1.) To better observe how the fluid moves, especially the part lying near the bottom, we thought it would help if we added an extra layer of fluid at the bottom and spun the lid placed in the upper layer. As is sometimes the case with researches,our original thoughts turned out to be impractical. But the motion of the resulting oil-on-water fluid turned out to be much more complicated and interesting than expected, thus we decided to switch our focus on what the physics behind the phenomena is and how the system parameters affect the geometry of the oil-water interface and the vortex ring in the oil layer.



Figure1. When one stirs a pot of scented tea with a spoon...

II. Objects

The scientific goals of our studies are:

1. Confirm every prominent type of the observed interfacial morphology.
2. Find out how the height and the angular velocity of the lid affect the formation of the oil-water interface and the vortex ring.
3. Understand the physics behind the observed phenomena.

III. Materials and Experimental procedures

Our experimental setup is very simple, as shown in Figure 2. We first poured water into a transparent cylindrical container, and then added another layer of cooking oil over the water. Next, we connected a concentric lid to an electric motor controlled by a personal computer.

We used a camcorder to record the full dynamics of the fluid when the lid was set into spin at a specified angular velocity. However, to get quantitative results with a much better accuracy, we also used a digital camera to get high resolution photos for later analysis.

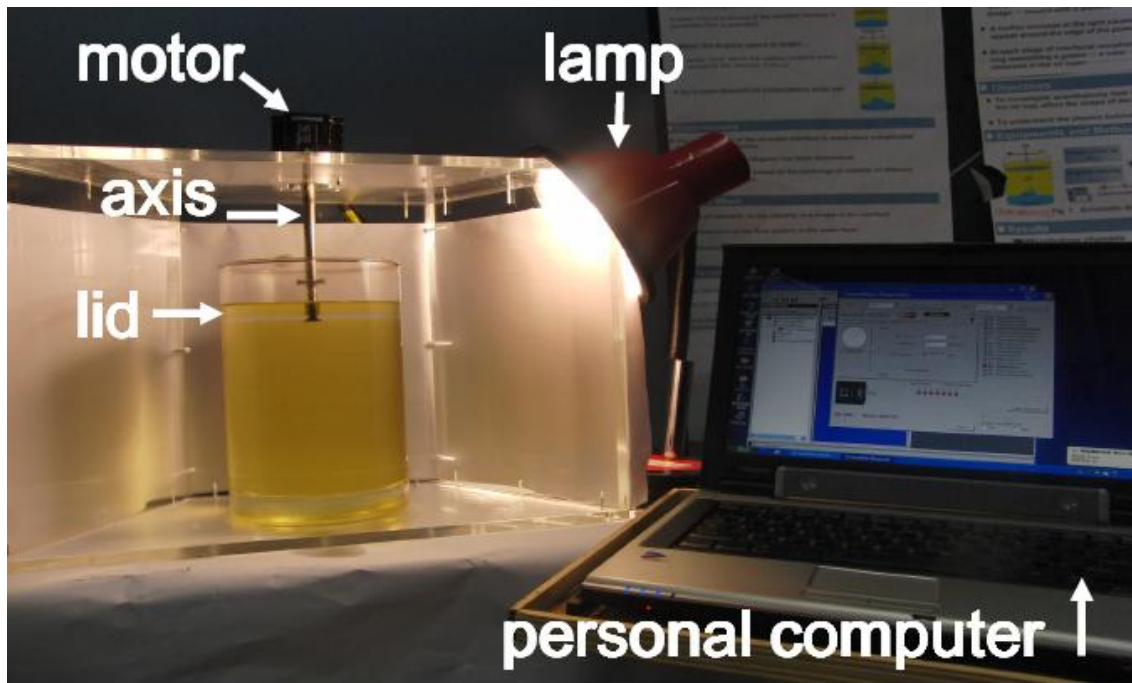


Figure 2. Our simple experimental setup.

III. 1 Apparatus

The following is the list of the equipments which we used:

1. A cylindrical container (height: 23cm; diameter: 15cm; thickness: 3mm)
2. Cooking oil (soybean oil mixed with sunflower oil; diameter: 14.4cm)
3. Tap-water(height: 3cm; diameter: 14.4cm)
4. A plastic lid, whose thickness is 5mm
5. A motor (SM2315D), whose maximum angular velocity is 1000 rpm, acceleration is 10 rpm/sec²
6. A personal computer(COMPAQ Presario CQ40)
7. A stainless driving axle(9mm)
8. A lamp (115V; 60W)
9. A camcorder (SONY DCR-DVD803 NTSC)
10. A digital camera (CASIO EX-FH20)

III. 2 Summary of Definitions used in this experiments (Figure 3.)

1. Water Mound : as the lid is set into spin, the oil-water interface gets lifted, resembling a mound.
2. H_{lid} : the height of the lid
3. ω : the angular velocity of the lid
4. r : the radius of the plateau
5. h_p : the height of the plateau, measured with respect to the critical height
6. ω_c : the critical angular velocity when the plateau first appears on the top of the water mound

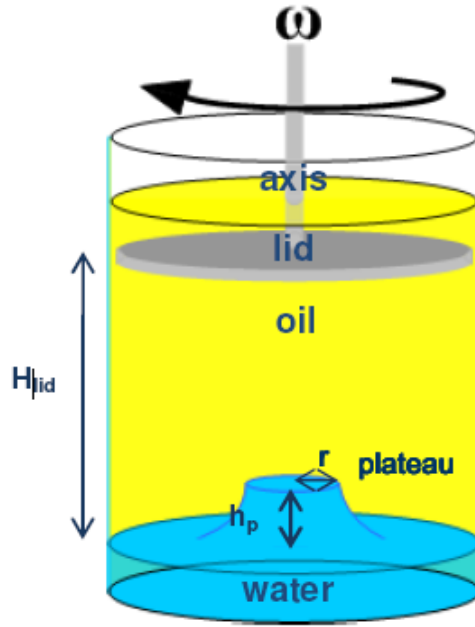


Figure 3.

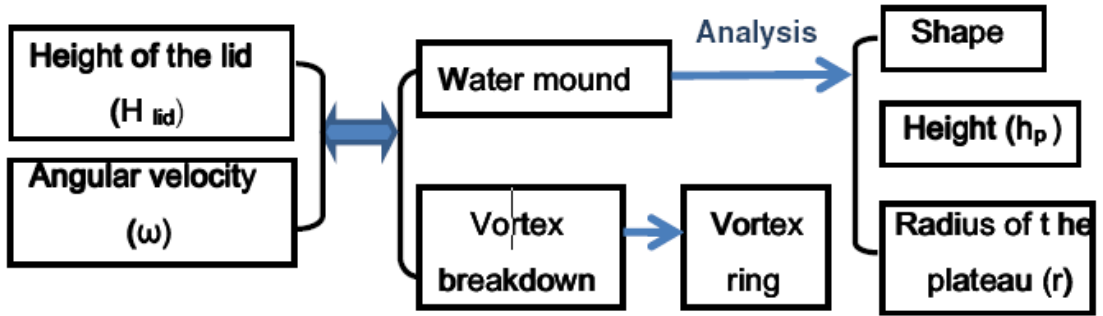


Figure 4. Research flow.

III. 3 Measurement

To measure the diameter of the plateau without the visual inaccuracy caused by the curved glass surface, we first took a picture of a ruler against the fluid-filled container as the background (Figure 5.) and then used this as a reference to measure the radius of the water-mound in Adobe Photoshop CS3 (Figure 6.). With a fixed amount of oil and water, we are free to tune the angular velocity of the lid and investigate how the height of the water-mound changes.

For definiteness, however, the angular velocity is measured in reference to the critical angular velocity when the water-mound first appears. We denote this by $\Delta \omega$. Likewise, the difference in the height of the water-mound compared to its critical value is denoted by Δh .



Figure 5.

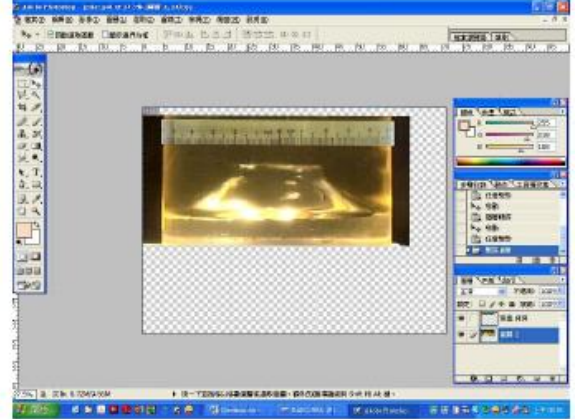


Figure 6.

IV. Results

IV. 1 Observations of the interface morphology changes

In the experiment we found this binary fluid system to exhibit many interesting and unexpected morphology changes as we tuned the angular velocity and the height of the lid. The following (Figure 7.) is a series of photos recorded by the camcorder.

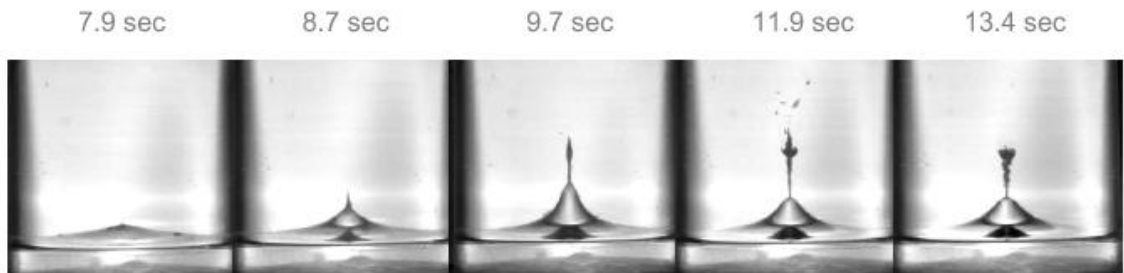


Figure 7. Time evolution of the flow when ω is 160 rpm and H_{lid} is 16 cm.

The above shows the time evolution of the flow when the angular velocity ω is low. A typical value of ω would be 160 turns per minute. The feature to notice is that the flow in the oil has developed a vortex ring but the oil-water interface still looks curved, as one has expected from elementary fluid dynamical argument. For simplicity, we called this curved interface “water mound.” But we didn’t focus on the vortex ring, because much has been done on investigating its behavior in a one-component fluid.

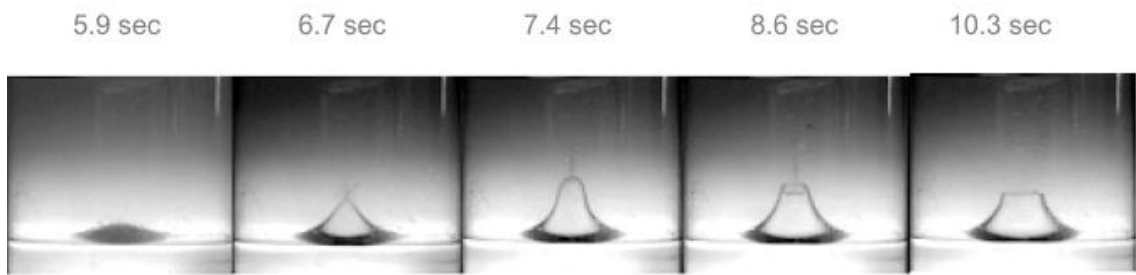


Figure 8. Time evolution of the flow when ω is 190 rpm and H_{lid} is 16 cm.

Interesting things begin to roll in as we increase the angular velocity up to 190 turns per minute (Figure 8.). This time, we see that the “water mound” we observed above becomes unstable and caves in to form a plateau! And this is the most amazing discovery in this binary fluid system.

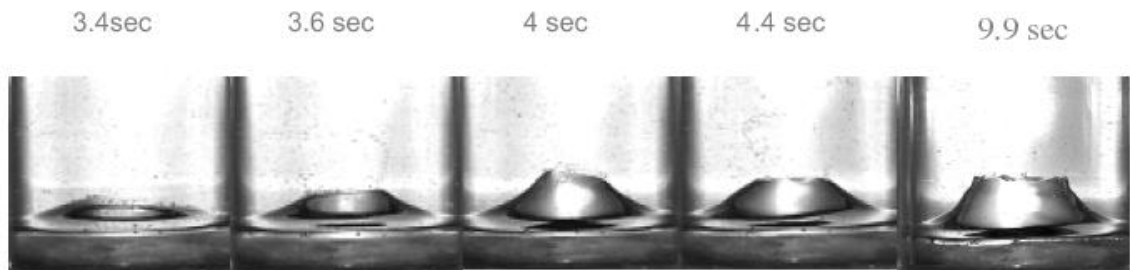


Figure 9. Time evolution of the flow when ω is 220 rpm and H_{lid} is 16 cm.

Once we increase the angular velocity even further, yet another surprise pops up! At the edge of the plateau, a stable carrousel-like formation develops (Figure 9.).

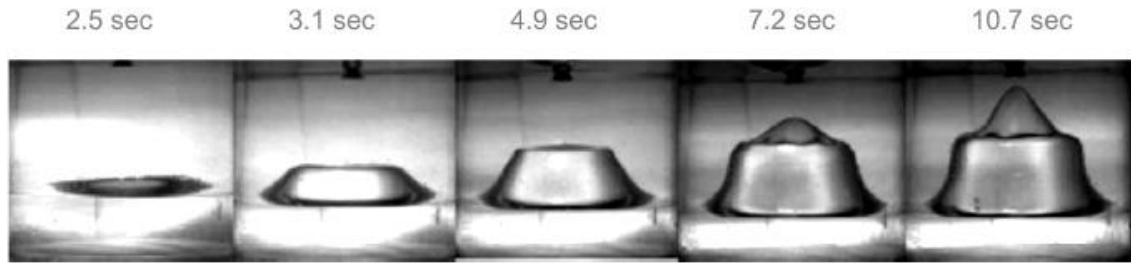


Figure 10. Time evolution of the flow when ω is 180 rpm and H_{lid} is 8 cm.

As if this is not interesting enough, the plateau develops yet another “water mound” when we increase the angular velocity beyond a certain value, which is depending on the height of the lid (Figure 10.).

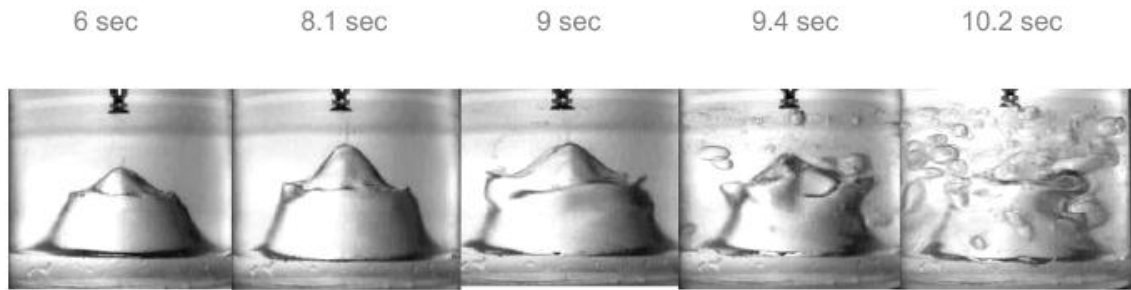


Figure 11. Time evolution of the flow when ω is 230 rpm and H_{lid} is 8 cm.

But this scenario cannot continue forever, and a further increase in the angular velocity will make the interface rather unstable so that the whole structure simply disrupts and the oil and water simply mix up turbulently (Figure 11.). In addition, we found that the final disruption of the interface always originates at the edge of the plateau, which seems to be a source of instability.

IV. 2 Effect of the angular velocity(Figure 12.~Figure 21.)

In this project, we didn't just observe the qualitative feature of the morphological changes of the interface; we also made certain quantitative measurements. For instance, if we denote the critical angular velocity when the “water mound” barely forms a plateau by ω_c , and measure everything with respect to this reference, then the increment $\Delta\omega$ of the angular velocity and the radius of the plateau obeys a very simple relation:

$$r \propto (\omega - \omega_c)^{0.76}$$

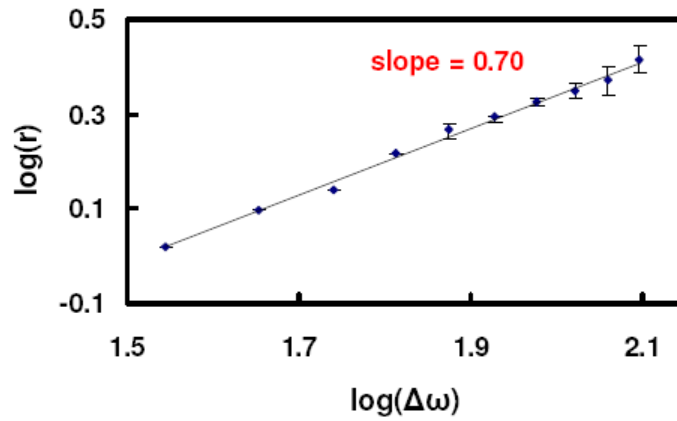


Figure 12. Radius of the plateau is found to scale with the angular velocity. ($\omega_c = 105$ rpm and $H_{lid} = 12$ cm)

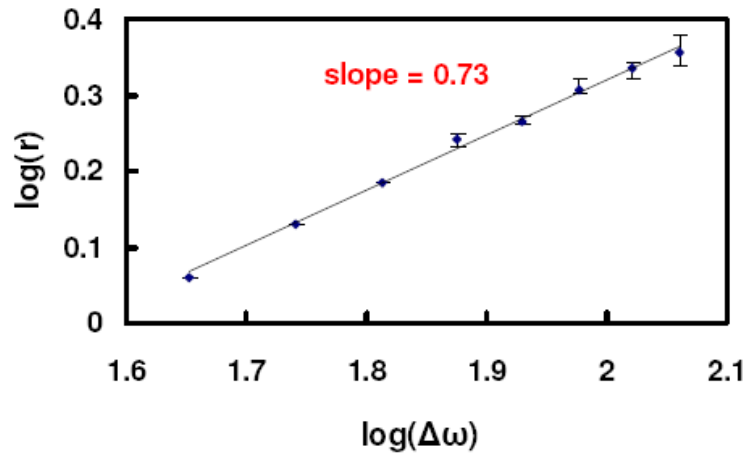


Figure 13. Radius of the plateau is found to scale with the angular velocity. ($\omega_c = 115$ rpm and $H_{lid} = 13$ cm)

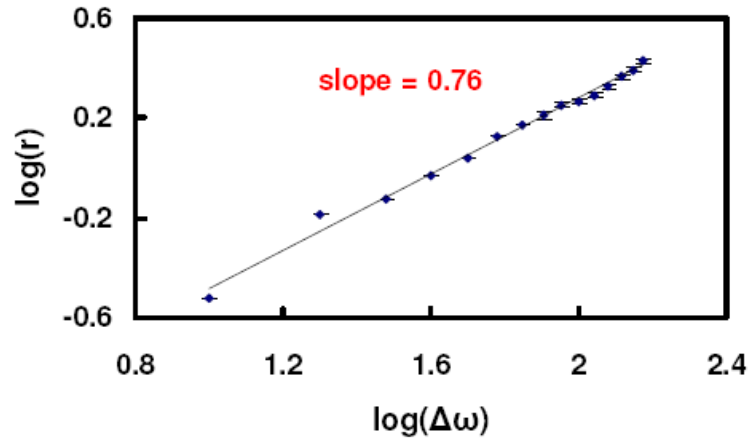


Figure 14. Radius of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 120$ rpm and $H_{lid} = 14$ cm)

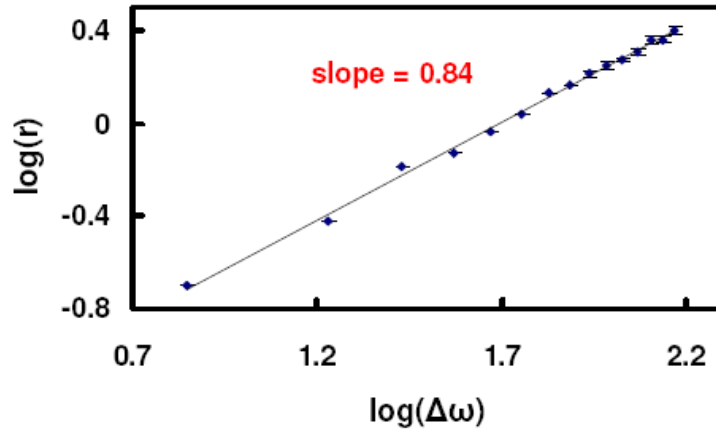


Figure 15. Radius of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 123$ rpm and $H_{lid} = 15$ cm)

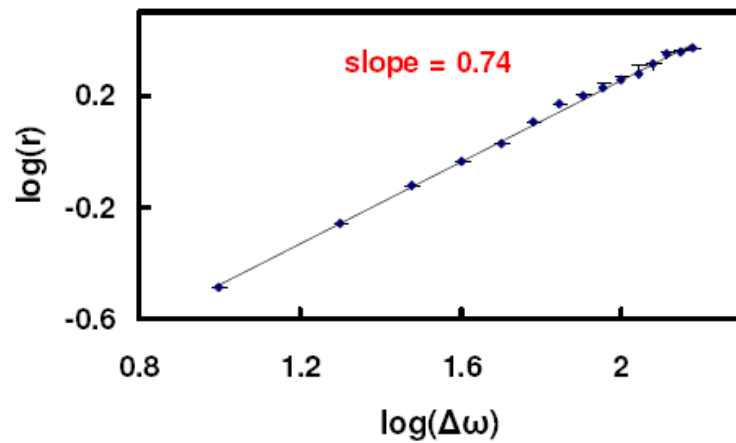


Figure 16. Radius of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 140$ rpm and $H_{lid} = 16$ cm)

Apart from the above, the change in the height of the plateau, here denoted by Δh_p , also exhibits a scaling relation:

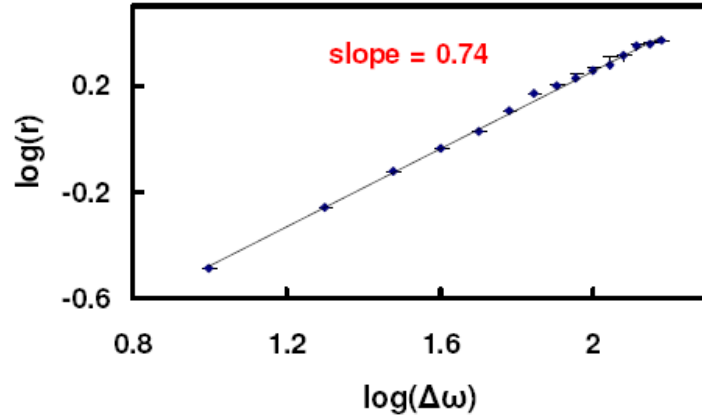


Figure 17. Height of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 105$ rpm and $H_{lid} = 12$ cm)

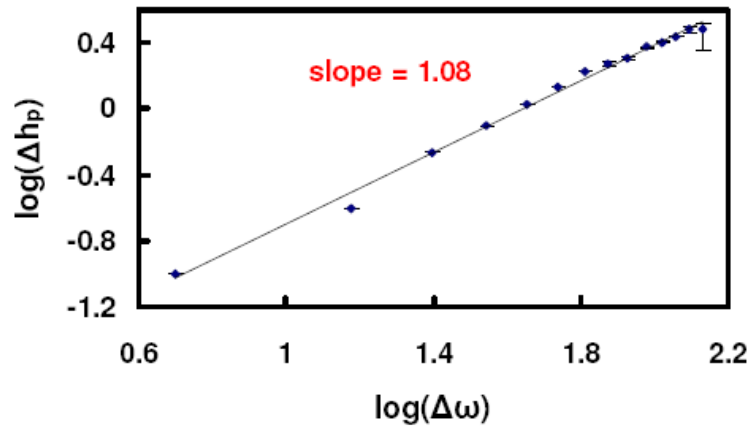


Figure 18. Height of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 115$ rpm and $H_{lid} = 13$ cm)

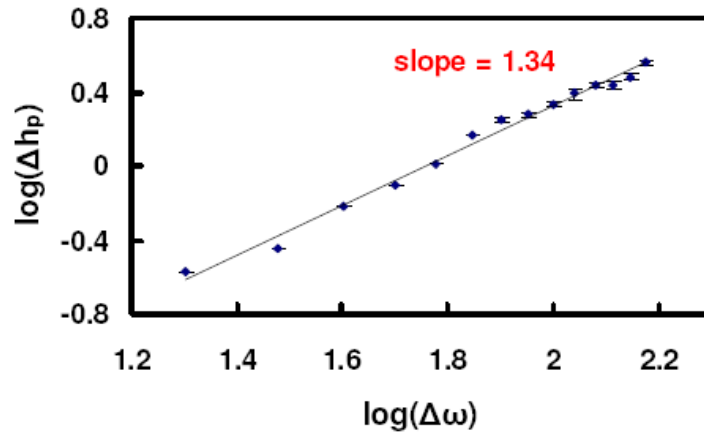


Figure 19. Height of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 120$ rpm and $H_{lid} = 14$ cm)

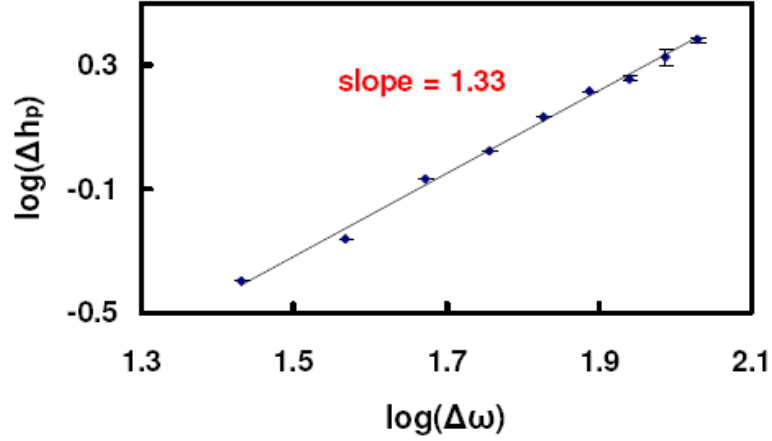


Figure 20. Height of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 123$ rpm and $H_{lid} = 15$ cm)

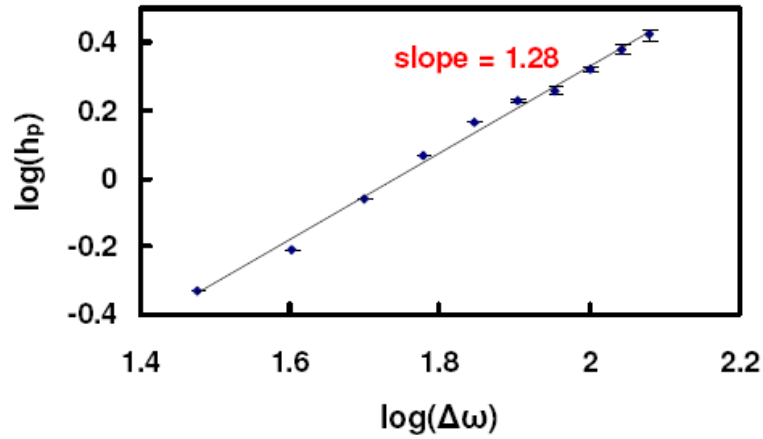


Figure 21. Height of the plateau is found to scale with the angular velocity.
($\omega_c = 140$ rpm and $H_{lid} = 16$ cm)

IV. 3 Observations of different types of vortex rings

What about the vortex ring we observed in the top oil layer? It has a corresponding change in shape as well at each stage of interfacial morphology (Figure 22. ~ Figure 24.). As we increase the angular velocity, the vortex ring originally resembling a goblet changes into an apple, as shown in Figure 22.. An increase in the height of the lid also elongates the vortex ring, and now it looks like a cucumber.

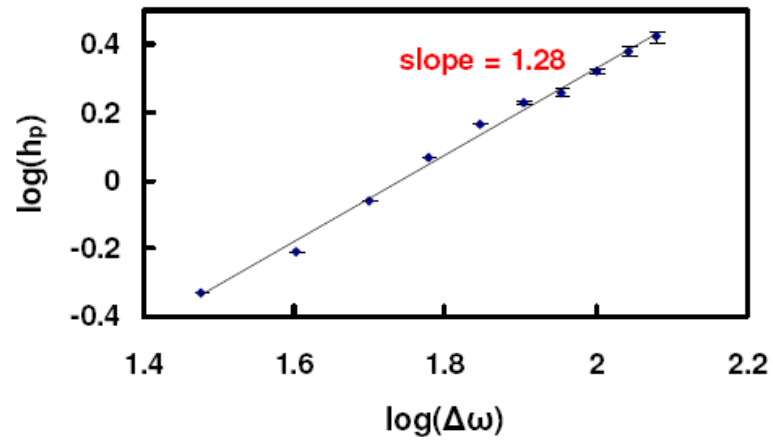


Figure 22. Different shapes for the observed vortex ring.



Figure 23. Schematic illustration of the observed vortex ring.

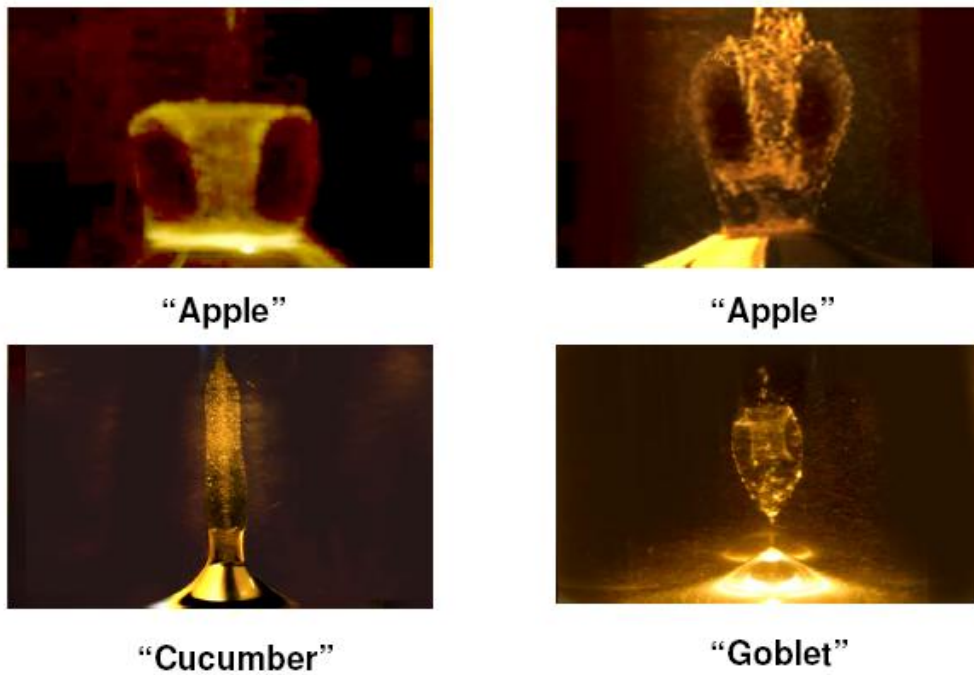


Figure 24. Different shapes for the observed vortex ring.

IV. 4 Determining the phase diagram

Since we have observed many stable phases in the experiment when we tune the angular velocity and the height of the lid, we decided to classify them in terms of a phase diagram. We first roughly classified the observed formations into several typical types. Then we arranged these preliminary result into an ω - H_{lid} diagram. To decide the boundary between areas of several typical phases with a much better accuracy, we thoroughly observed the morphological changes under different conditions and found out the critical angular velocity and the height of the lid when one stable structure changes into another.

In this phase diagram (Figure 25.), six phases have been identified according to the shape of the interface: bulge, cusp, plateau, carrousel, double mound, and chaotic. Since we have already described some of the most prominent features of the phase diagram in the above, such as the formation of the plateau, the double mound feature, and the carrousel structure, we have to emphasize one thing here: None of these structures are transient. They are all very robust and reproducible.

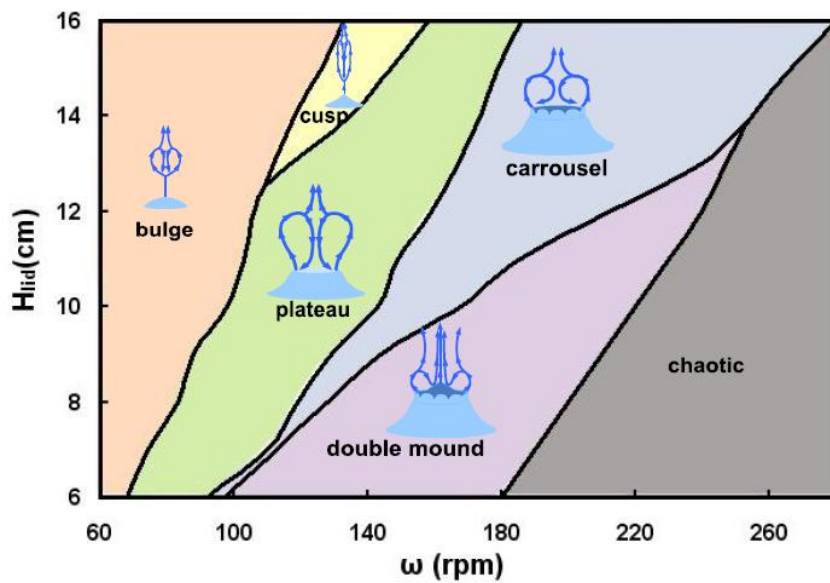


Figure 25. Phase diagram.

V. Discussion

V. 1 Effect of low angular velocity:

When the lid in the upper oil layer spins up, the binary fluid is quickly set into rotation as well. But due to the no-slip boundary condition at the bottom of the container, the pressure gradient established in the bulk fluid tends to drive the fluid near the bottom to flow inward, which creates an upward flow near the axis. This “sucking” action at the center acts as the driving force for the creation of the observed “water mound” (Figure 26.).

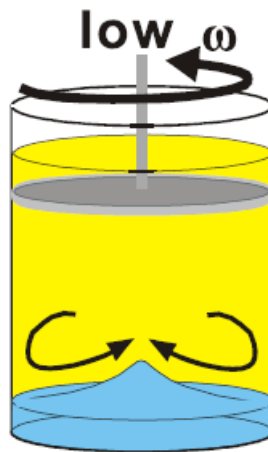


Figure 26.

Figure 26. A water mound is formed at the interface because a secondary flow is generated.

V. 2 Effect of high angular velocity:

Our experimental observation suggests that the unexpected appearance of a plateau at the center is caused by an exchange of stability: When the angular velocity of the lid is high, the “water mound” becomes too steep to support itself, and it caves in to form the plateau.

Even though the outward pressure gradient in the water is effectively providing the needed centripetal force for the rotation of the water, this same pressure gradient across the interface is too strong for the oil, because oil has a smaller density ($\rho_{\text{water}} = 1 \text{ g/cm}^3$; $\rho_{\text{oil}} = 0.928 \text{ g/cm}^3$). To balance out, the much higher viscosity of oil plays a crucial role: it develops a radial velocity gradient along the axial direction. This is what is driving the oil near the symmetric axis to flow downward (Figure 27.).

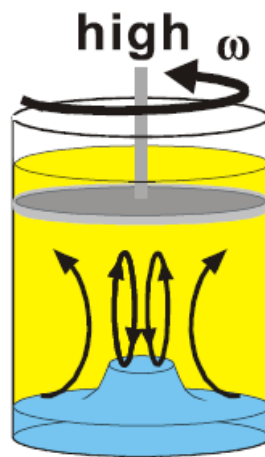


Figure 27.

Figure27. The peak of the mound is unstable to a plateau , and the vortex “core” above the plateau contains a vortex ring caused by the viscosity of the oil.

V. 3 The source of instability

The edge of the plateau seems to be a source of instability: The final disruption of the interface always originates here.

V. 4 A secondary bifurcation

We still have no satisfactory theoretical explanation of how and why the double mound developed at a high angular velocity.

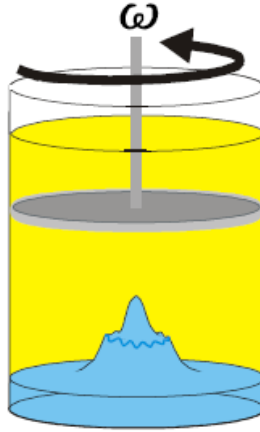


Figure 28.

Figure 28. Another mound developed at the top center of the plateau at a high angular velocity.

VI. Conclusions

- VI.1 The morphology of the oil-water interface is much more complicated than one's intuition might have suggested.
- VI. 2 The complete phase diagram has been determined.
- VI. 3 Several scaling relations near the bifurcation point have also been determined.

VII. Future Work

- VII. 1 Effects of viscosity on the stability and shape of the interface.
- VII. 2 Determination of the complete flow pattern in both layers.
- VII. 3 Explanation of the observed morphological changes.

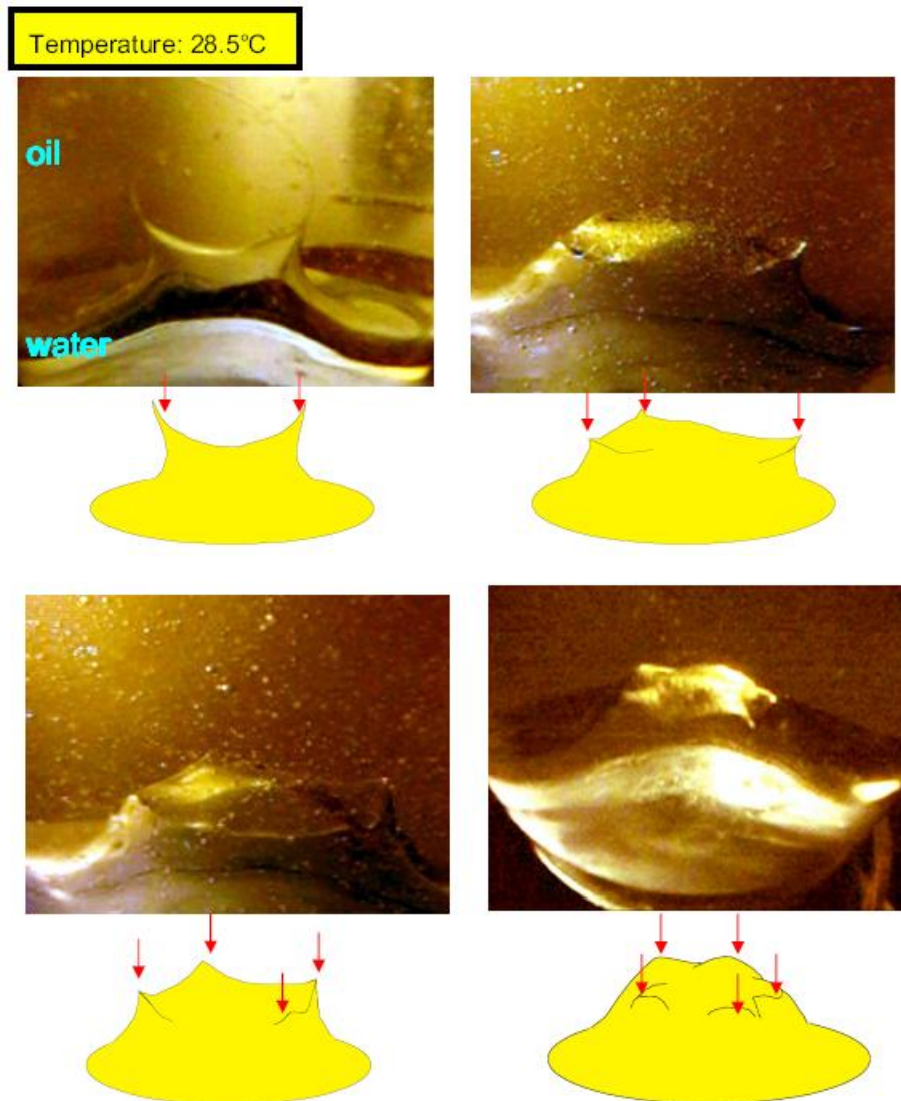
● Preliminary result

In the process of the experiments, we found that the viscosity of the fluids is also a matter of capital importance. Out of curiosity, we decided to carry on another experiment to investigate how the viscosity affects the performance of this binary fluid

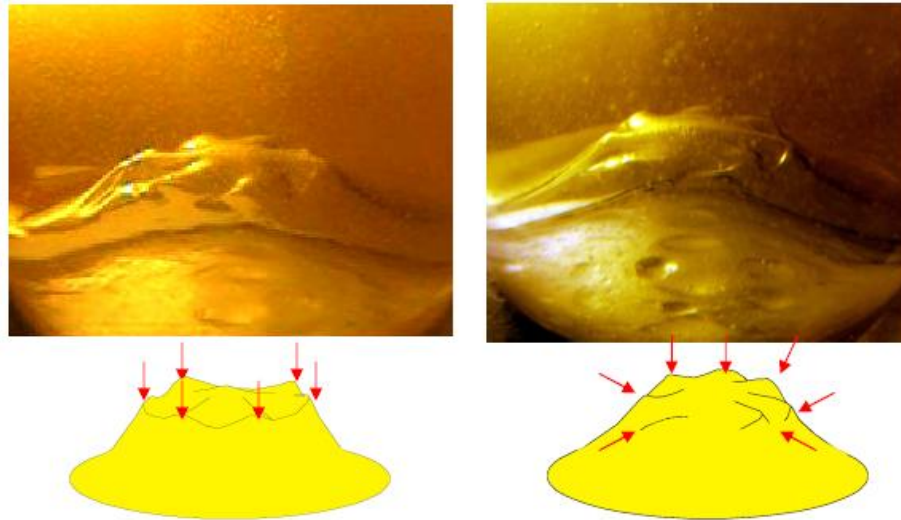
system before we go abroad for the Intel International Science and Engineering Fair.

Originally, we would like to change the viscosity of the oil layer by using different oils. However, it didn't work well because the viscosity could not be tuned in an easy and controllable way. However, the viscosity of the water layer can be easily tuned to cover three orders of magnitude by adding glycerin into it. The following pictures show the extremely amazing results we thus obtained.

『 ↑ 』 in the following pictures indicates how many waves develop at the edge of the plateau.



續下頁



VIII. References

1. H. S. Husain, V. Shtern, and F. Hussain, "Control of vortex breakdown by addition of near-axis swirl," *Phys. Fluids*, 15, 271 (2003)
2. R. Peikert and F. Sadlo, "Visualization Methods for Vortex Rings and Vortex Breakdown Bubbles," in *Eurographics/ IEEE-VGTC Symp. Visualization* (2007), ed. by K. Museth, T. Möller, and A. Ynnerman.
3. T. T. Lim, personal website, <http://serve.me.nus.edu.sg/limtt/>