

臺灣二〇〇七年國際科學展覽會

科 別：物理學

作 品 名 稱：明察秋毫-金屬的熱膨脹

得 獎 獎 項：佳作

學校 / 作者：臺北市立東湖國民中學
臺北市立東湖國民中學

臧韻雯
王捷莓



臧韻雯的簡介

我是韻雯，平常的休閒活動有看課外書、電視、彈鋼琴等等。最喜歡的科目是物理—覺得自己思考問題，然後一步步找到解答的過程很有成就感。我喜歡認識各種不同的人，和他們交朋友來開闊視野。

在實驗的過程中，歷經一次次的失敗及解決，不但學到很多新知識也從中獲得很大的成就感。一起做科展的夥伴更成為很要好的朋友，真的很高興能擁有這樣美好的經驗。



王捷莓的簡介

我是捷莓，來自一個和樂融融的家庭。常和酷愛大自然的父母四處登覽山頭，尋覓鳥的蹤跡。在美妙的因緣下，有幸參加很多的自然科學活動。

在學校，自然是我最感興趣的科目，尤其是「遺傳」這個單元最讓我愛不釋手。閒暇之時，喜歡彈鋼琴、看電影、閱讀課外書籍，洪蘭翻譯的《大腦的秘密檔案》是我的最愛。騎腳踏車則是我鍾情的戶外活動。當然最喜歡「天空很希臘」的日子，一切事物都會有浪漫度假的感覺。

英文摘要

Abstract

Thermal expansion exists in our daily life. However, thermal expansion is generally too slight to be seen by naked eyes. Therefore, in the present project, a dilatometer was assembled to enhance better sensitivity toward thermal expansion. Hopefully the self-assembled dilatometer could contribute to teaching purpose.

The structure of our 4th generation dilatometer is showed below. Using an 'L' square to hang up the metal stick and a rolling needle with a mirror to reflect the laser light are the critical parts of this equipment. By using this special reflection mechanism, the slight expansion of a metal stick caused by heat can be enlarged to a large scale. This special mechanism is where our creativity laid. Measuring in millimeter (mm), the measurement precision of the equipment can be extended to 0.0001 decimal.

Our dilatometer was used to measure the expansion of various metal sticks caused by the temperature changes.

Results were drawn from analysis of the data: 1) The average relative deflection was within 1.0~1.8%; 2) The relative deviation of linear thermal expansion coefficient was within -1.2~-4.4%.

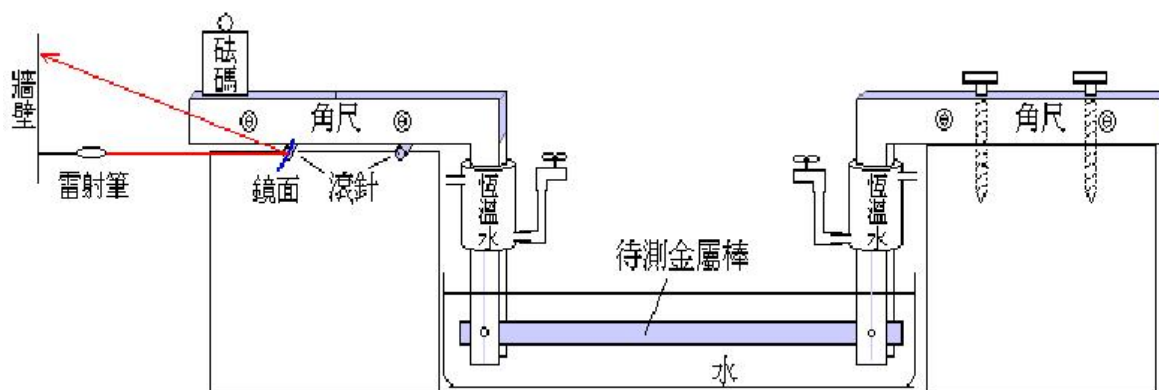
中文摘要

明察秋毫－金屬的熱膨脹

物質熱漲冷縮的特性普遍存在於我們的生活環境中，但因其變化量相對微小，一般並不容易直接觀察，為了進一步研究這課題，我們組裝偵測熱膨脹的儀器，並希望儀器的靈敏度高，能推廣為教學器材，經過我們不斷努力與改良，終於有了令人愉悅的成果。

自製第四代熱膨脹儀的結構如圖，設計「角尺懸吊金屬棒」與「滾針及鏡面反射」是儀器的重要部份，利用滾針旋轉及鏡面反射雷射光，加乘放大熱膨脹的微量變化，這是我們主要的創意，以公厘（mm）為單位，儀器的精確值到小數第四位。

利用自製的熱膨脹儀，探討金屬熱膨脹的影響因素。分析實驗所得數據，平均相對偏差在 1.0~1.8% ，而線膨脹係數的相對誤差約 -1.2~-4.4% 。



第四代熱膨脹儀結構圖

目 錄

一、前言	1
二、研究動機及目的	1
三、研究設備及器材	2
四、研究過程與方法	2
(一)、自製熱膨脹儀	2
(二)、儀器的測量原理	7
(三)、實驗步驟	8
五、研究結果	10
研究一：探討 60cm 鐵管伸長量與溫度上升量的關係	10
研究二：探討 60cm 黃銅管伸長量與溫度上升量的關係	11
研究三：探討 60cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係	13
研究四：探討 40cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係	14
研究五：探討 20cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係	16
研究六：探討 60cm 鋁棒（實心）伸長量與溫度上升量的關係	17
研究七：實驗數據的歸納與分析	19
研究八：複合金屬片彎曲與溫度變化的關係	20
六、討論	20
七、結論	21
八、後續研究方向	22
九、參考資料	22

一、前言

物質熱漲冷縮的特性普遍存在於我們的生活環境中，但因其變化量相對微小，一般並不容易直接觀察，為了進一步研究這課題，我們組裝偵測熱膨脹的儀器，並希望儀器的靈敏度高，能推廣為教學器材，經過我們不斷努力與改良，終於有了令人愉悅的成果。

自製第四代熱膨脹儀的結構如圖 1，設計「角尺懸吊金屬棒」與「滾針及鏡面反射」是儀器的重要部份，利用滾針旋轉及鏡面反射雷射光，加乘放大熱膨脹的微量變化，這是我們主要的創意，以公厘（mm）為測量單位，儀器的精確值到小數第四位。

利用自製的熱膨脹儀，探討金屬熱膨脹的影響因素。分析實驗所得數據，平均相對偏差在 1.0~1.8%，而線膨脹係數的相對誤差約-1.2~-4.4%。

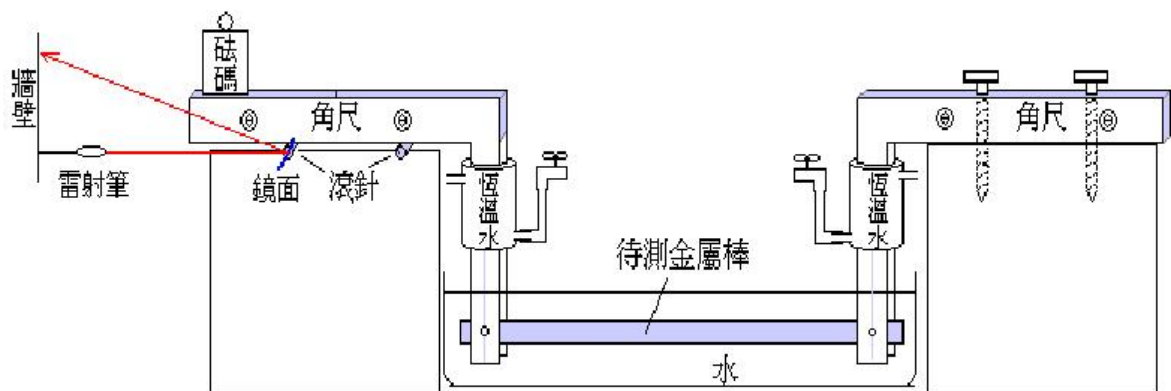


圖 1：第四代熱膨脹儀的結構圖

二、研究動機及目的

我們之所以對這主題產生興趣，是因為在學校的理化課裡，觀察原本可通過金屬圓環的銅球，在加熱後便無法通過圓環，這現象引起我們的好奇心，老師告訴我們，因為金屬受熱溫度升高，金屬原子的震動範圍擴大導致金屬膨脹；在鐵軌接縫處會預留空隙，也是根據這道理所做的措施。我們想深入了解熱膨脹的影響因素，在老師的鼓勵支持下，我們決定以「金屬的熱膨脹」為題參加科展。

我們的研究目的有下列幾項：

- 一、設計出金屬熱膨脹的微量偵測儀器（我們的主要創意）
- 二、探討鐵管伸長量與溫度上升量的關係
- 三、探討黃銅管伸長量與溫度上升量的關係
- 四、探討鋁管伸長量與溫度上升量的關係
- 五、探討不同長度的鋁管與伸長量的關係
- 六、比較鋁棒（實心）與鋁管（空心）的熱膨脹
- 七、整理實驗數據得出平均相對偏差與相對誤差
- 八、熱膨脹特性的應用實例觀察 – 複合金屬片的遇熱彎曲

三、研究設備與器材

器材：鐵管（60cm）、黃銅管（60cm）、鋁管（60cm、40cm）、實心鋁棒（60cm）、鐵片（0.5mm）、黃銅片（0.5mm）、鋁片（0.5mm）、針、注射針（ $\Phi 0.90\text{mm}$ ）、光碟片、量角器、雷射筆（4mW）、3 號電池、電線、酒精燈、不鏽鋼容器、鐵架、橡皮管、木心板（6 分）、木條、螺絲、螺絲釘、鐵釘、角尺、熱熔膠、牙籤盒、蓋玻片、玻璃片、潛水馬達、溫度計、壓克力管、電磁爐、電湯匙（1000W）、磚塊、美工刀、砝碼、塑膠布。

工具：游標卡尺（0.05mm）、手提電鑽、鑽頭、鐵鎚、鋼鋸、折合鋸、水平儀、螺絲起子、捲尺、透明塑膠管、剪刀、熱熔槍、工程計算機。

四、研究過程與方法

為探討金屬棒的受熱與長度變化的關係，我們自製熱膨脹的微量偵測儀器（以下簡稱**熱膨脹儀**），雖歷經多次的測試與失敗，但從失敗的經驗中加以改進，到**第四代**裝置終於有了令人滿意的成果，以下說明我們的研究過程與方法。

（一）、自製熱膨脹儀

1. 研究微量的偵測裝置

第一代簡易熱膨脹儀

在 30cm 銅棒下橫放一支縫衣針，將一支細竹籤插入縫衣針的穿線孔內作為指針，以酒精燈加熱銅棒，觀察指針的變化。結果指針最大的旋轉角度約有 30 度，證實可利用細小滾針來偵測金屬棒的長度變化，但是這裝置無法做定量的實驗（圖 2）。



圖 2：第一代簡易熱膨脹儀

第二代熱膨脹儀【失敗】

將一支鐵棒折彎成如圖 3，以水浴法加熱鐵棒。結果每上升 5°C ，指針的旋轉角度，起初角度小，後來角度變大且呈現忽大忽小的現象。判斷不穩定因素，可能是鐵棒折彎較具彈性，以及單支滾針支撐鐵棒，導致實驗失敗。



圖 3：第二代熱膨脹儀

第三代熱膨脹儀

檢討第二代裝置的失敗原因，我們再修正出第三代裝置（圖 4）。

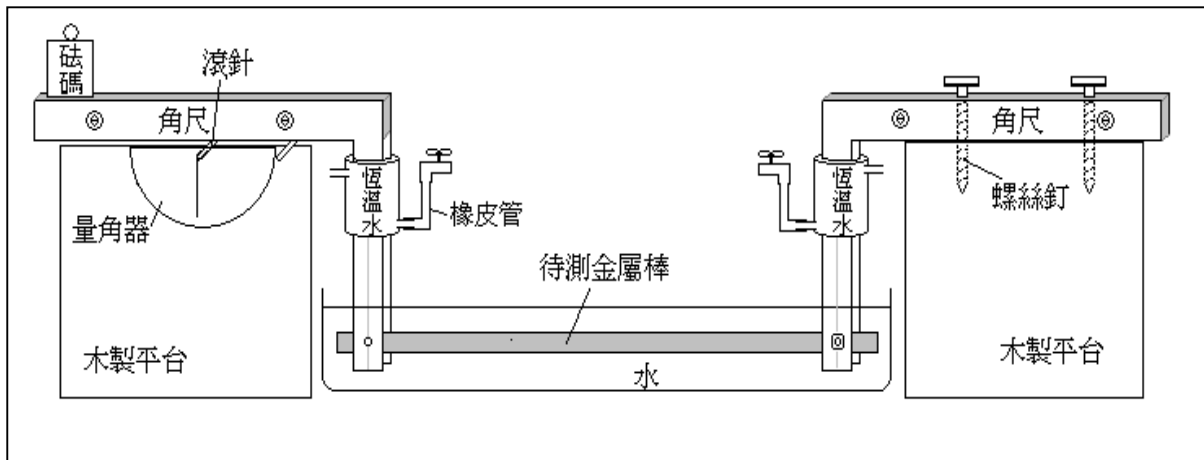


圖 4：第三代熱膨脹儀的結構圖

第三代的製作過程：

- (1) 金屬管鑽孔：
金屬管的兩頭鑽孔（兩孔間距離即為金屬管的實驗長度），兩孔的方向要平行且垂直金屬管（圖 5）。
- (2) 金屬管兩端，各用一段兩頭磨尖的螺絲鎖緊（圖 5）。



圖 5：金屬管兩端各鎖緊一段螺絲

- (3) 角尺鑽孔：
取四支同型角尺，在寬度較小的角尺上，距離末端 1 公分，取中央位置點鑽孔（圖 6）。

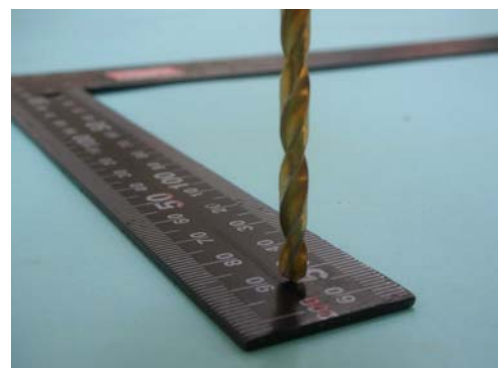


圖 6：角尺末端的中央位置鑽孔

(4) 組合角尺懸吊臂：

兩角尺的中間合夾一支木條，以螺絲鎖緊合併成一支角尺懸吊臂（圖 7），共組合兩支角尺懸吊臂。

(5) 製作熱量隔絕裝置：

角尺末端以酒精燈加熱，趁熱插入牙籤容器中，以熱熔膠封閉縫隙，用塑膠管裝置入水口與出水口，再以橡皮管連接至水龍頭，以流動的自來水帶

走熱量，防止角尺的熱傳導，以免角尺的熱傳導影響實驗誤差（圖 7）。



圖 7：角尺懸吊臂及隔熱裝置

(6) 懸吊待測金屬管：

用角尺懸吊臂下端兩個小孔洞，利用彈性夾住兩頭磨尖螺絲，夾住的力量使連接處**沒有間隙**，才能**精準測量**金屬棒的長度變化（圖 8）。



圖 8：以懸吊臂夾住金屬管

(7) 支撐台：

以木板釘製兩個支撐台，支撐台底加裝可調整高低的螺絲，底座內放置兩塊磚，以增加重量來穩固支撐台（圖 9）。



圖 9：以磚塊的重量穩固支撐台

- (8) 將兩支角尺懸吊臂各置於兩個支撐台上，將其中一支固定在支撐台上；另一支則平放在兩支滾針上(圖 10)。
- (9) 滾針與量角器：以兩支點滴用注射針(半徑 0.45mm)作為滾針，以砝碼加重角尺末端，使角尺能自然平放在兩支滾針上，使用量角器觀察滾針的旋轉角度(圖 10)。



圖 10：第三代裝置以量角器觀察滾針旋轉

第三代的精確值：

因使用的量角器最小刻度為 1° 角，以量角器觀察滾針的旋轉角度，儀器的精確值為 0.016mm ，但對於熱膨脹的微量變化，這樣的精確度我們並不滿意。

第四代熱膨脹儀

改良第三代裝置，我們決定不以量角器直接測量滾針的旋轉角度，而是在注射針末端貼上鏡片，以光束不易散開的雷射光水平入射鏡面，利用鏡面的反射原理，將反射光投射在牆壁上，觀察牆壁上光點位置的變化，經計算可得金屬棒的伸長量。



圖 11：刮除光碟片背面的漆，作為反射的鏡面。

第四代的製作過程：

- (1) 製作鏡面：
小心刮除光碟背面上的漆，露出內層光亮材質，以剪刀裁剪一小片，插入注射針尾端的塑膠孔內，固定後作為反射的鏡面(圖 11)。
- (2) 裝配雷射光：
安裝雷射光(4mW)裝置，用附滴定管夾的鐵架，夾住木板，便於調整雷射光的高低與方向(圖 12)。
- (3) 滾針的接觸面：
支撐台上放置一塊玻璃，而角尺底部黏貼載玻片，將滾針置於玻璃和載玻片之間。



圖 12：雷射光裝置。

(4)以鉛直的牆壁，作為鏡面反射的投射區(圖 13)。

(5) 水平測試裝置：

用水平儀調整支撐台水平；用連通管標定水平高度，使滾針、牆壁上的原點等高，並調整入射鏡面的雷射光成水平(圖 13)。

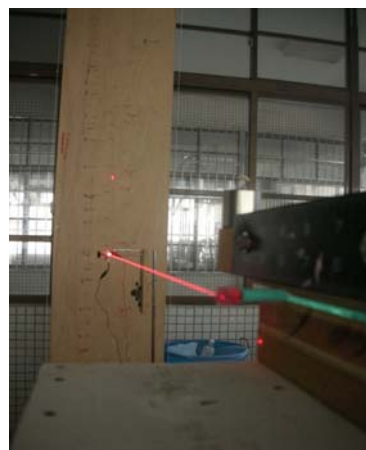


圖 13：滾針上的鏡面，將入射光反射至牆上。

第四代的精確值：

第四代裝置的測量，利用雷射光的鏡面反射，當滾針旋轉 θ 角，反射光則旋轉 2θ ，再利用光的直線傳播性質，拉大鏡面與牆壁間的距離，提高測量的靈敏度；若鏡面與牆壁距離 200cm 時，以最小刻度 1mm 的捲尺量測光點位置的變化，則儀器的精確值為 0.00022mm。

2. 加熱金屬棒的水槽

不鏽鋼水槽

使用長方形不鏽鋼水槽，以電磁爐加熱，電磁爐的震動會造成牆上光點的晃動，而且電磁爐附近的水溫明顯偏高，以人工攪動水面維持均溫，容易碰觸金屬管，造成實驗失敗。

自製 T 型水槽

第二代水槽製作過程：

- (1) 以木板釘製一座 T 型水槽，內面鋪設防水塑膠布。
- (2) 加熱器改以不會震動的電湯匙取代電磁爐。
- (3) 水槽內鋪設塑膠管，連接潛水馬達，並在塑膠管上相隔固定距離鑽孔，但鑽孔的方位應避開水柱衝擊金屬管。潛水馬達將電湯匙加熱過的水送入塑膠管內，經由塑膠管上的孔洞噴出，使熱水平均分佈於水槽內，而水的流動循環，可均勻加熱金屬管的水溫(圖 14)。



圖 14：T 型水槽

(二)、儀器的測量原理

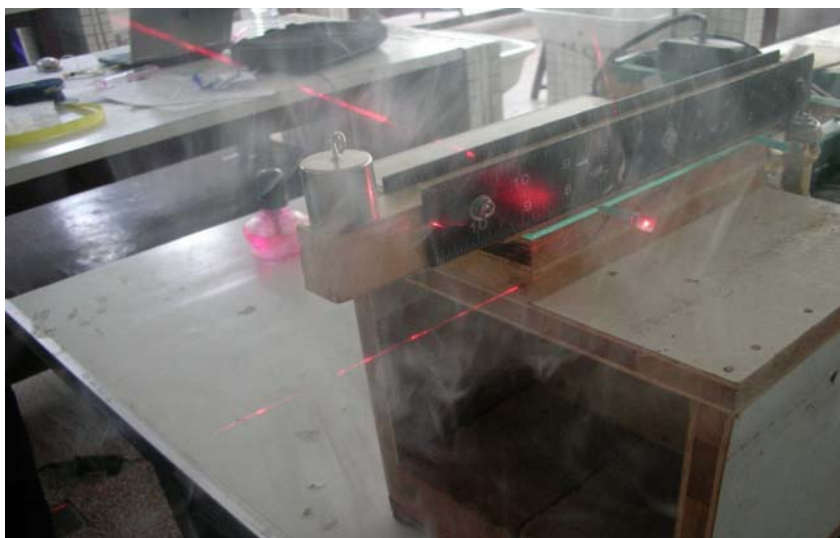


圖 15：施放煙霧下，清楚可見入射光與反射光的路徑。

光碟鏡面固定於注射針末端，鏡面反射水平入射的雷射光，當金屬熱膨脹時推動角尺，角尺帶動注射針滾動，故鏡面會旋轉，觀察反射光的旋轉角度，可計算出金屬棒的伸長量，詳細說明如下：

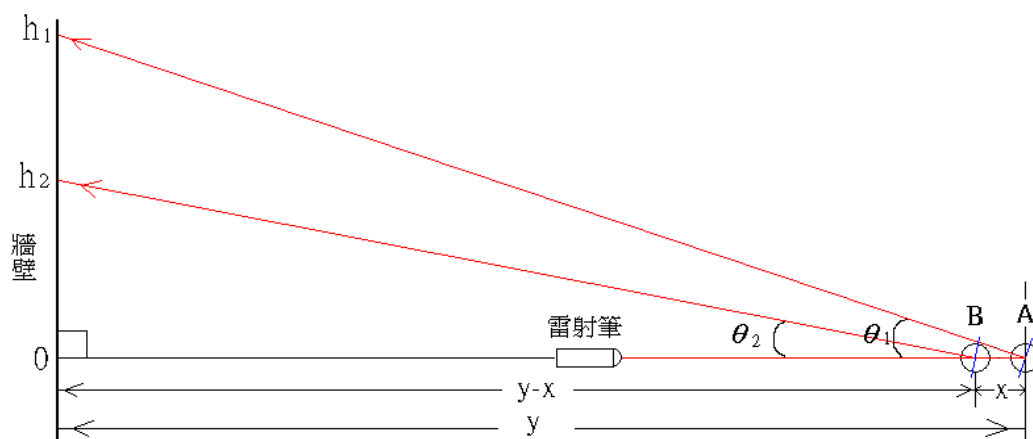


圖 16：雷射光的鏡面反射示意圖

1. 如圖 16，入射光維持不變，滾針由 A 點滾動至 B 點，令滾針逆時鐘旋轉 θ ，入射光與反射光的夾角由 θ_1 變成 θ_2 ，依反射定律，**反射光旋轉角度 ($\theta_1 - \theta_2$) 等於滾針旋轉角度的兩倍，即 $2\theta = \theta_1 - \theta_2$ ** (1)
2. 如圖 16，滾針在 A 點時與牆壁距離為 y ，牆上光點座標 h_1 ；滾針滾動至 B 點時，令滾動距離 x ，則滾針與牆壁距離為 $y - x$ ，牆上光點座標 h_2 。依據三角函數可得：

$$\tan \theta_1 = h_1/y, \quad \theta_1 = \tan^{-1} (h_1/y) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\tan \theta_2 = h_2/(y-x), \quad \theta_2 = \tan^{-1} (h_2/(y-x)) \quad \dots\dots\dots (3)$$
 (2)、(3) 代入 (1)，得 $2\theta = \tan^{-1} (h_1/y) - \tan^{-1} [h_2/(y-x)] \quad \dots\dots\dots (4)$

3. 滾針的滾動距離 $X = 2\pi r (\theta/360^\circ) = \pi r (2\theta/360^\circ) \dots\dots\dots (5)$

$$(4) \text{代入}(5), \text{得 } X = \frac{\pi r \times [\tan^{-1}(h_1/y) - \tan^{-1}(h_2/(y-x))]}{360^\circ} \dots\dots (6)$$

(6) 式中的 r 、 y 、 h_1 、 h_2 可以量測，並使用工程計算機運算（或以電腦 Excel 運算），求滾動距離 X ，解法如下：

步驟 1：先忽略 (6) 式中 X ，得滾針滾動距離的近似值 X_1

$$X_1 = \frac{\pi r \times [\tan^{-1}(h_1/y) - \tan^{-1}(h_2/y)]}{360^\circ}$$

(X_1 誤差值，在 mm 單位小數第 5 位)

步驟 2：以 X_1 代入 (6) 式，得滾針滾動距離的近似值 X_2

$$X_2 = \frac{\pi r \times [\tan^{-1}(h_1/y) - \tan^{-1}(h_2/(y-x_1))]}{360^\circ}$$

(X_2 誤差值，在 mm 單位小數第 9 位)

4. 如圖 17，金屬棒的伸長量 = 2 倍滾針的滾動距離 = $2X_2$ 。

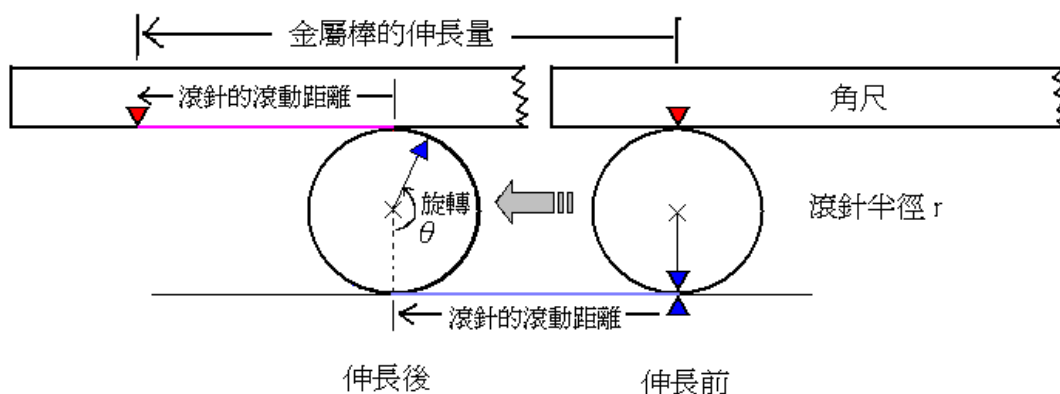


圖 17：滾針與角尺的運動示意圖

(三)、實驗步驟

1. 以第四代裝置（滾針半徑 0.45mm）實驗 60cm 鐵管，水溫 10°C 時，標記牆上光點位置，並測量反射鏡面與牆壁間距離，以電湯匙緩慢加熱（每分鐘約上升 1°C ），水溫為 15°C 、 20°C 、 25°C 、 30°C 、 35°C 、 40°C 、 45°C 、 50°C 時，分別標記光點位置（圖 18）。
2. 利用連通管原理，在牆壁上定出與滾針等高的位置點，作為牆壁上的原點座標；再以捲尺測量牆上各光點的位置坐標（圖 19），分別代入公式，計算水溫上升 5°C 、 10°C 、 15°C 、 20°C 、 25°C 、 30°C 、 35°C 、 40°C 時，鐵管熱膨脹的伸長量，並填寫表格及畫出關係圖。
3. 更換以下待測金屬管：黃銅管（60cm）、鋁管（60cm）、鋁管（40cm）、鋁管（20cm）、實心鋁棒（60cm），操作如步驟 1、步驟 2。

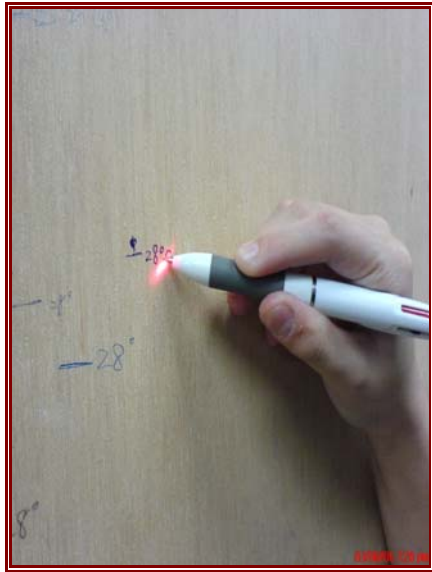


圖 18：標記牆上光點的位置

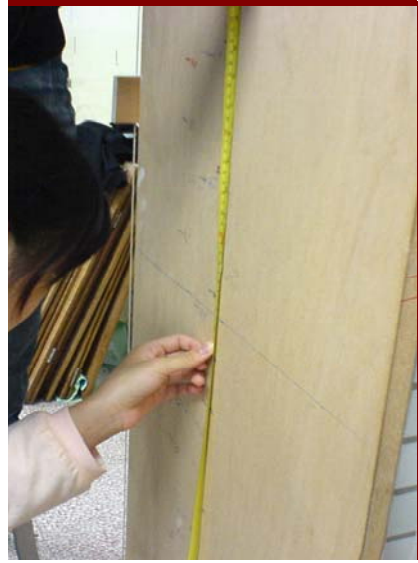
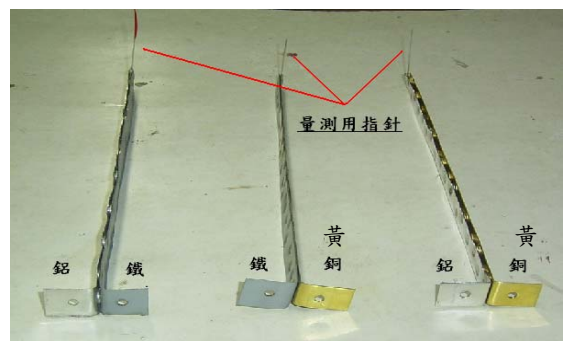


圖 19：捲尺量測標記點的座標

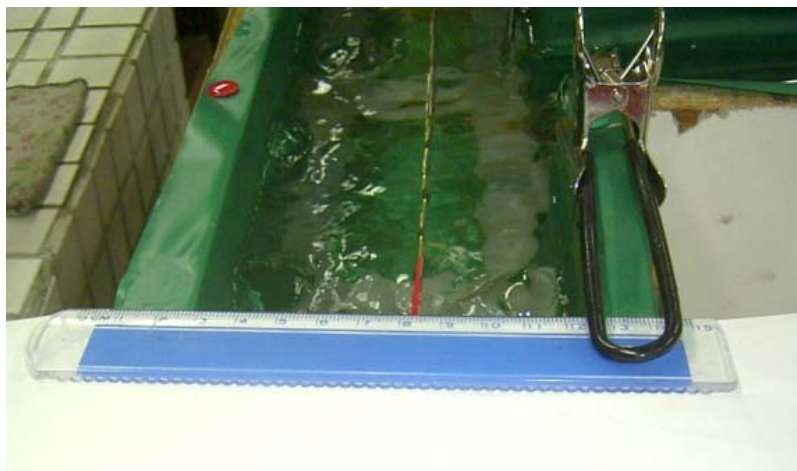
4. 請鐵工廠用高壓放電壓合 3 支異類金屬片，材質分別為鐵與黃銅、黃銅與鋁、鋁與鐵。將複合金屬片浸泡於水槽中，一端固定，而末端附指針，觀察水溫變化時，複合金屬片的彎曲方向及末端指針的移動距離。如圖(20)、(21)、(22)。



圖(20)：複合金屬片的固定及加溫裝置



圖(21)：三種不同組合的複合金屬片



圖(22)：複合金屬片彎曲量的量測裝置

五、研究結果

研究一：探討 60cm 鐵管伸長量與溫度上升量的關係

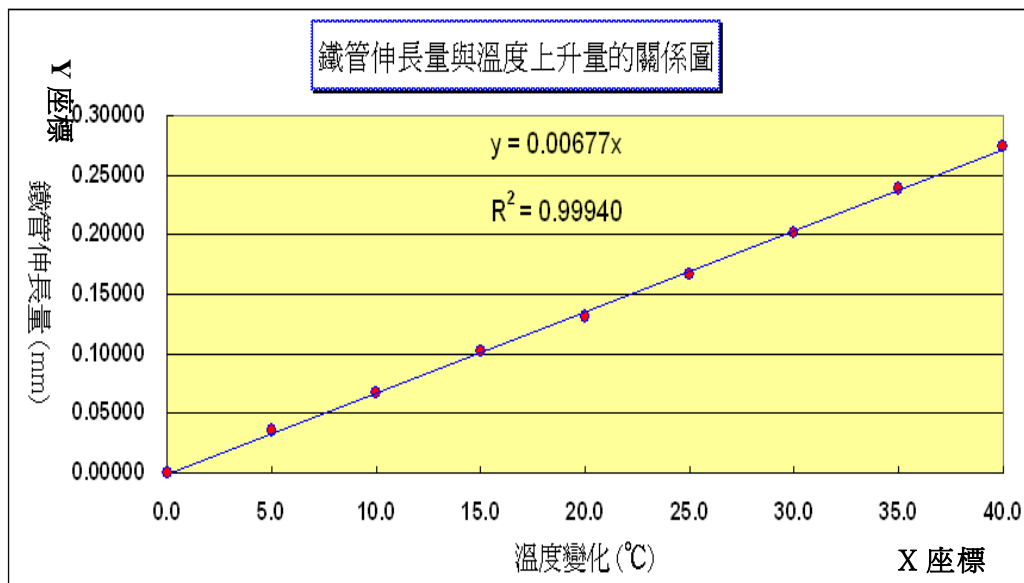
控制變因：鐵管（60cm）、水溫上升範圍（10~50℃）。

操縱變因：水溫上升 5℃、10℃、15℃、20℃、25℃、30℃、35℃、40℃。

（一）實驗結果：

表(一)：60cm 鐵管伸長量與溫度上升量的關係（四捨五入至小數第五位）

水溫上升量(℃)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
第一次實驗(mm)	0.03657	0.06839	0.10266	0.13270	0.16756	0.20148	0.23787	0.27193
第二次實驗(mm)	0.03572	0.06547	0.09934	0.12850	0.16235	0.19634	0.23057	0.26462
第三次實驗(mm)	0.03568	0.06775	0.10306	0.13306	0.17073	0.20907	0.24785	0.28683
平均值(mm)	0.03599	0.06720	0.10169	0.13142	0.16688	0.20230	0.23876	0.27446



圖(23)：60cm 鐵管伸長量與溫度上升量的關係圖

（二）說明：

1. 利用電腦 EXCEL 作圖，線性趨勢線過原點，相關係數 ($R^2=0.99940$)，為高度正相關，由圖(23)推論：鐵管伸長量與溫度上升量成正比。
2. 趨勢線方程式： $y=0.00677x$ ， x 為溫度上升量， y 為伸長量，故每上升 1℃，鐵管平均伸長量 = 0.00677(mm/℃)。
3. 實驗值相對於趨勢線的偏差，如下表（二）。

表（二）：實驗值的偏差

溫度上升量(℃)		5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
伸 長 量 (mm)	實驗值	0.03599	0.06720	0.10169	0.13142	0.16688	0.20230	0.23876	0.27446
	趨勢線 $y=0.00677x$	0.03385	0.06771	0.10156	0.13541	0.16926	0.20312	0.23697	0.27082
絕對偏差(mm)		0.00214	0.00050	0.00013	0.00399	0.00238	0.00082	0.00180	0.00364
相對偏差(%)		6.3	0.7	0.1	2.9	1.4	0.4	0.8	1.3
平均相對偏差(%)		1.8							

研究二：探討 60cm 黃銅管伸長量與溫度上升量的關係

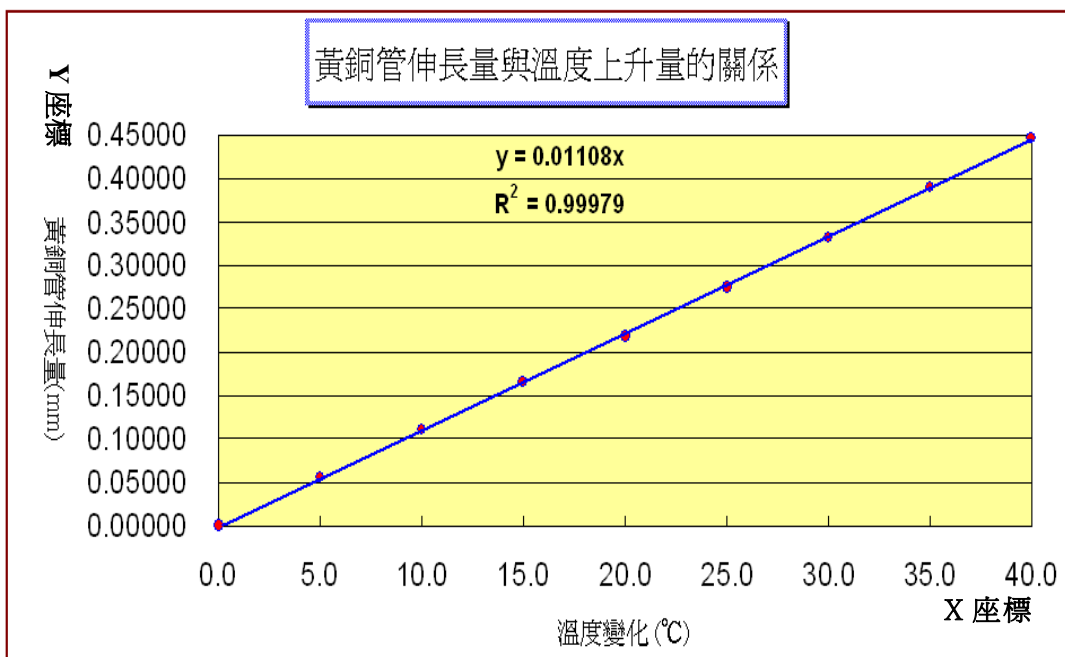
控制變因：黃銅管（60cm）、水溫上升範圍（10~50℃）。

操縱變因：水溫上升 5℃、10℃、15℃、20℃、25℃、30℃、35℃、40℃。

（一）實驗結果：

表(三)：60cm 黃銅管伸長量與溫度上升量的關係（四捨五入至小數第五位）

溫度上升量(℃)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
第一次實驗(mm)	0.05210	0.10953	0.16104	0.21807	0.27686	0.33648	0.39701	0.45666
第二次實驗(mm)	0.05862	0.10975	0.16645	0.21582	0.27212	0.32701	0.38421	0.44022
第三次實驗(mm)	0.06053	0.11135	0.16901	0.21832	0.27627	0.33324	0.38801	0.44362
平均值(mm)	0.05708	0.11021	0.16550	0.21740	0.27508	0.33225	0.38974	0.44683



圖(24)：60cm 黃銅管伸長量與溫度上升量的關係圖

(二) 說明：

- 1.利用電腦 EXCEL 作圖，線性趨勢線過原點，相關係數 ($R^2=0.99979$)，為高度正相關，由圖(24)推論：黃銅管伸長量與溫度上升量成正比。
- 2.趨勢線方程式： $y=0.01108x$ ， x 為溫度上升量， y 為伸長量，故每上升 1°C ，黃銅管平均伸長量 $=0.01108(\text{mm}/^\circ\text{C})$ 。
- 3.實驗值相對於趨勢線的偏差，如下表（四）。

表（四）：實驗值的偏差

溫度上升量(°C)		5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
伸 長 量 (mm)	實驗值	0.05708	0.11021	0.16550	0.21740	0.27508	0.33225	0.38974	0.44683
	趨勢線 $y=0.01108x$	0.05539	0.11078	0.16617	0.22157	0.27696	0.33235	0.38774	0.44313
絕對偏差(mm)		0.00169	0.00057	0.00067	0.00416	0.00188	0.00010	0.00200	0.00370
相對偏差(%)		3.1	0.5	0.4	1.9	0.7	0.0	0.5	0.8
平均相對偏差(%)		1.0							

研究三：探討 60cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係

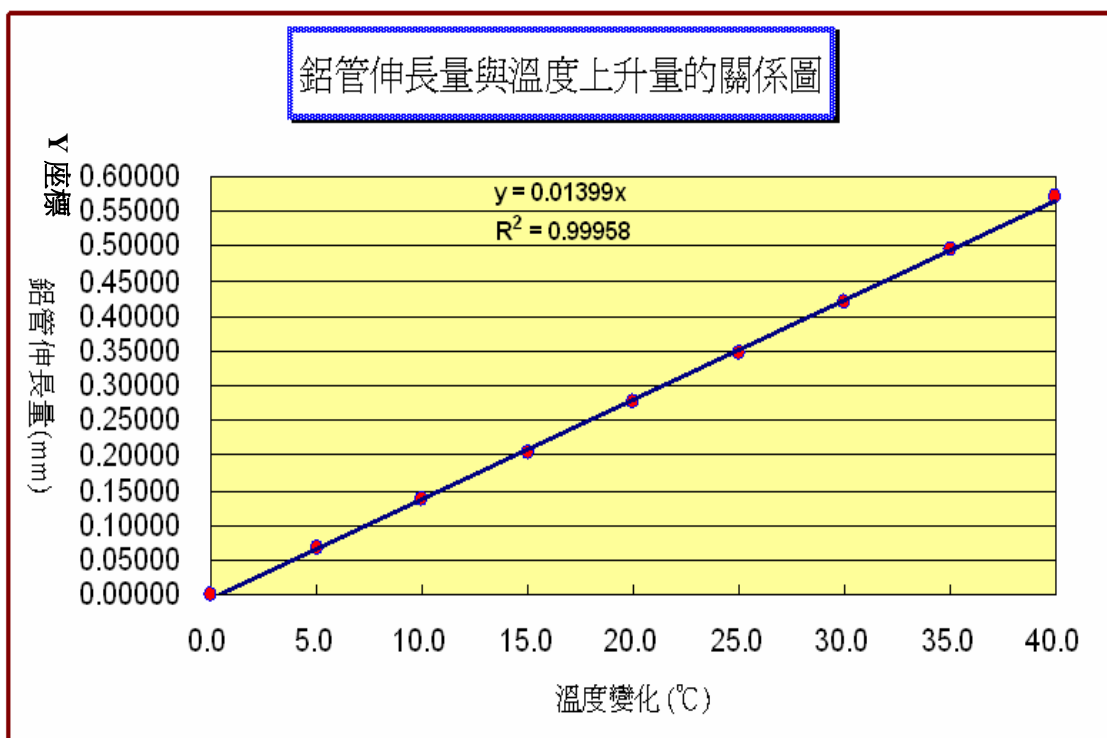
控制變因：鋁管（60cm）、水溫上升範圍（10~50℃）。

操縱變因：水溫上升量 5℃、10℃、15℃、20℃、25℃、30℃、35℃、40℃。

（一）實驗結果：

表(五)：60cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係（四捨五入至小數第五位）

溫度上升量(℃)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
第一次實驗(mm)	0.06819	0.13762	0.20790	0.27924	0.35020	0.42206	0.49892	0.57422
第二次實驗(mm)	0.06712	0.13743	0.20211	0.27118	0.34161	0.41649	0.49305	0.56696
第三次實驗(mm)	0.06859	0.13745	0.20593	0.27536	0.34603	0.42131	0.49550	0.56943
平均值(mm)	0.06796	0.13750	0.20531	0.27526	0.34595	0.41995	0.49582	0.57020



圖(25)：60cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係圖

（二）說明：

- 1.利用電腦 EXCEL 作圖，線性趨勢線過原點，相關係數 ($R^2=0.99958$)，為高度正相關，由圖(25)推論：鋁管伸長量與溫度上升量成正比。
- 2.趨勢線方程式： $y=0.01399x$ ， x 為溫度上升量， y 為伸長量，故每上升 1℃，鋁管平均伸長量 = 0.01399(mm/℃)。
- 3.實驗值相對於趨勢線的偏差，如下表（六）。

表（六）：實驗值的偏差

溫度上升量(℃)		5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
伸 長 量 (mm)	實驗值	0.06796	0.13750	0.20531	0.27526	0.34595	0.41995	0.49582	0.57020
	趨勢線 $y=0.01399x$	0.06994	0.13989	0.20983	0.27977	0.34972	0.41966	0.48960	0.55955
絕對偏差(mm)		0.00198	0.00239	0.00452	0.00451	0.00377	0.00029	0.00622	0.01066
相對偏差(%)		2.8	1.7	2.2	1.6	1.1	0.1	1.3	1.9
平均相對偏差(%)		1.5							

研究四：探討 40cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係

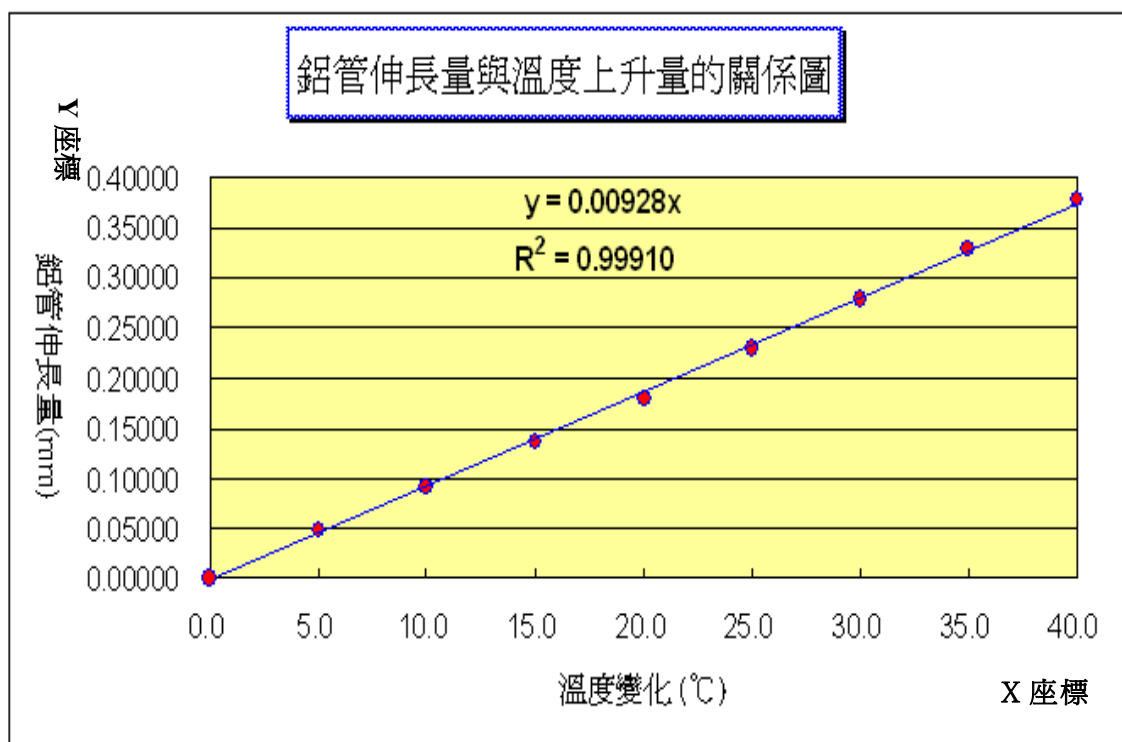
控制變因：鋁管（40cm）、水溫上升範圍（10~50℃）。

操縱變因：溫度上升量 5℃、10℃、15℃、20℃、25℃、30℃、35℃、40℃。

（一）實驗結果：

表(七)：40cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係（四捨五入至小數第五位）

溫度上升量(℃)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
第一次實驗(mm)	0.04930	0.09346	0.14276	0.18660	0.23727	0.28899	0.33868	0.39192
第二次實驗(mm)	0.04763	0.08812	0.13258	0.17565	0.22173	0.27267	0.32205	0.37344
第三次實驗(mm)	0.04607	0.08898	0.13628	0.17911	0.22671	0.27387	0.32246	0.37299
平均值(mm)	0.04766	0.09018	0.13721	0.18045	0.22857	0.27851	0.32773	0.37945



圖(26)：40cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係圖

(二) 說明：

- 1.利用電腦 EXCEL 作圖，線性趨勢線過原點，相關係數 ($R^2=0.99910$)，為高度正相關，由圖(26)推論：40cm 鋁管伸長量與溫度上升量成正比。
- 2.趨勢線方程式： $y=0.00928x$ ， x 為溫度上升量， y 為伸長量，故每上升 1°C ，40cm 鋁管的平均伸長量 $=0.00928(\text{mm}/^\circ\text{C})$ 。
- 3.實驗值相對於趨勢線的偏差，如下表 (八)。

表 (八)：實驗值的偏差

溫度上升量(°C)		5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
伸 長 量 (mm)	實驗值	0.04766	0.09018	0.13721	0.18045	0.22857	0.27851	0.32773	0.37945
	趨勢線 $y=0.00928x$	0.04638	0.09276	0.13915	0.18553	0.23191	0.27829	0.32468	0.37106
絕對偏差(mm)		0.00128	0.00258	0.00194	0.00508	0.00334	0.00022	0.00305	0.00839
相對偏差(%)		2.8	2.8	1.4	2.7	1.4	0.1	0.9	2.3
平均相對偏差(%)		1.8							

研究五：探討 20cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係

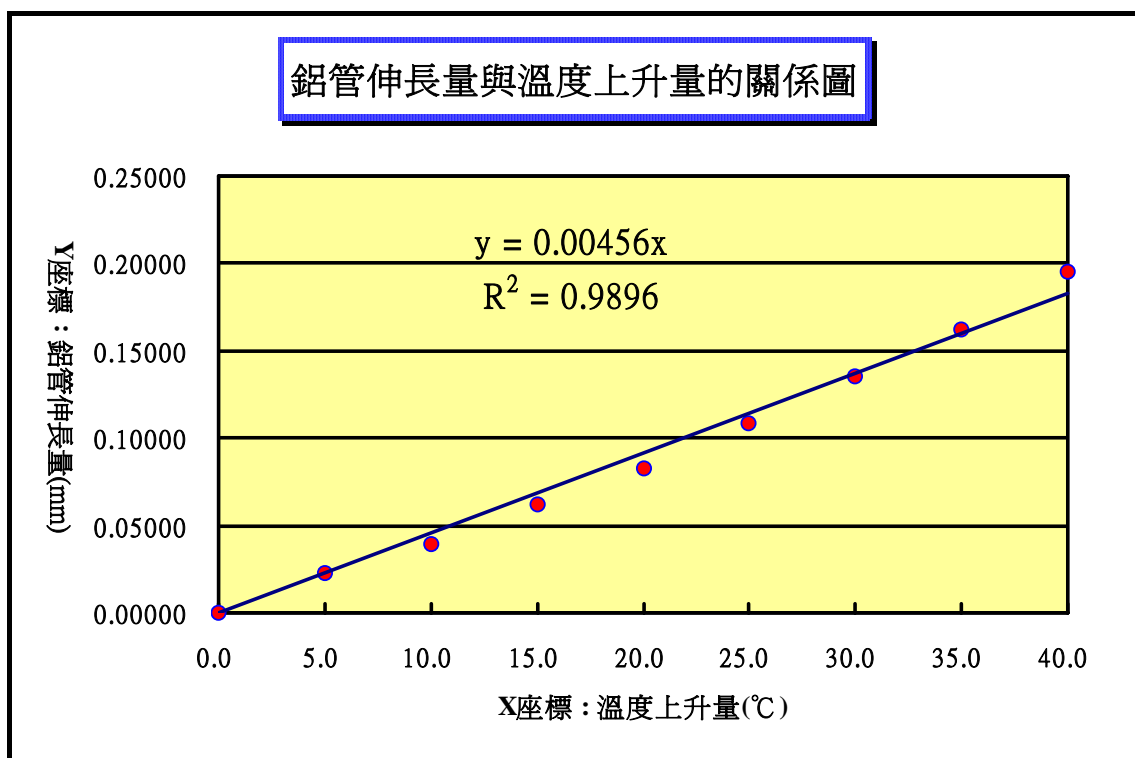
控制變因：鋁管（20cm）、水溫上升範圍（10~50℃）。

操縱變因：溫度上升量 5℃、10℃、15℃、20℃、25℃、30℃、35℃、40℃。

（一）實驗結果：

表(九)：20cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係（四捨五入至小數第五位）

溫度上升量(℃)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
第一次實驗(mm)	0.02065	0.04108	0.06330	0.08383	0.11198	0.14137	0.17130	0.20397
第二次實驗(mm)	0.01780	0.03237	0.05180	0.07127	0.09746	0.12240	0.15002	0.18205
第三次實驗(mm)	0.03108	0.04507	0.07008	0.09201	0.11698	0.14368	0.16623	0.19965
平均值 (mm)	0.02318	0.03950	0.06173	0.08237	0.10881	0.13581	0.16252	0.19523



圖(27)：20cm 鋁管伸長量與溫度上升量的關係圖

（二）說明：

- 1.利用電腦 EXCEL 作圖，線性趨勢線過原點，相關係數 ($R^2=0.9896$) 為正相關，由圖(27)推論：20cm 鋁管伸長量與溫度上升量成正比。
- 2.趨勢線方程式： $y=0.00456x$ ， x 為溫度上升量， y 為伸長量，故每上升 1℃，20cm 鋁管的平均伸長量 = 0.00456(mm/℃)。
- 3.實驗值相對於趨勢線的偏差，如下表（十）。

表（十）：實驗值的偏差

溫度上升量(℃)		5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
伸 長 量 (mm)	實驗值	0.02318	0.03950	0.06173	0.08237	0.10881	0.13581	0.16252	0.19523
	趨勢線 $y=0.00456x$	0.02280	0.04560	0.06840	0.09120	0.11400	0.13680	0.15960	0.18240
絕對偏差(mm)		0.00038	0.00610	0.00667	0.00883	0.00519	0.00099	0.00292	0.01283
相對偏差(%)		1.67	13.38	9.75	9.68	4.55	0.72	1.83	7.03
平均相對偏差(%)		6.1							

研究六：探討 60cm 實心鋁棒伸長量與溫度上升量的關係

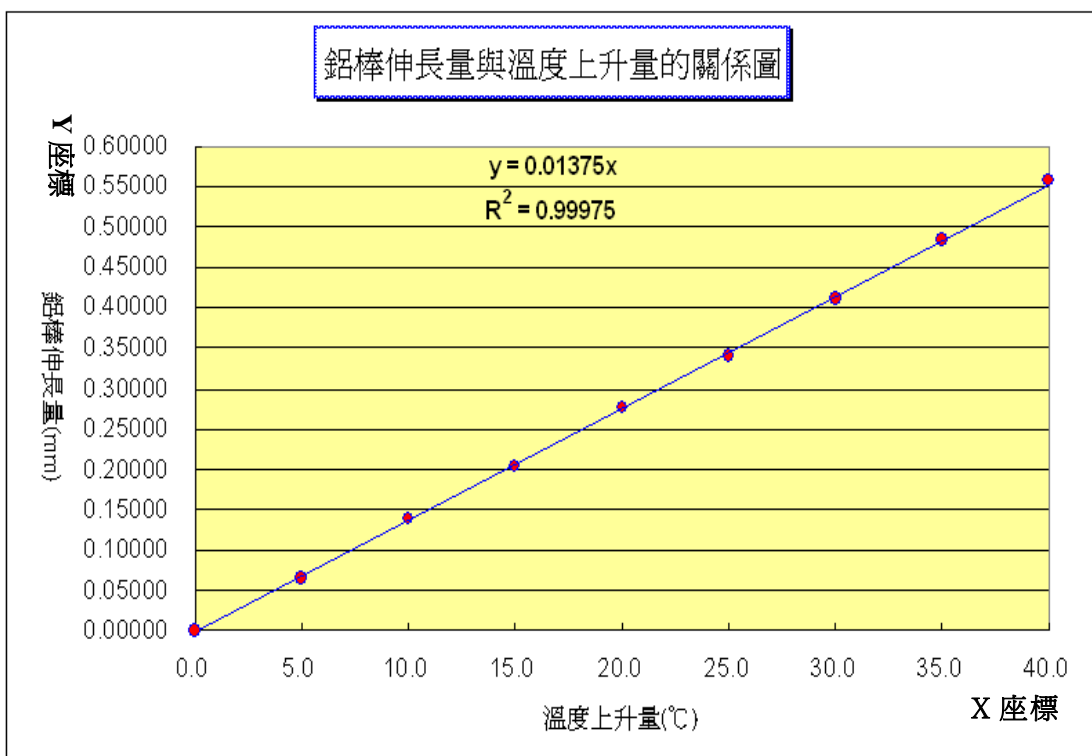
控制變因：實心鋁棒（60cm）、水溫上升範圍（10~50℃）。

操縱變因：水溫上升量 5℃、10℃、15℃、20℃、25℃、30℃、35℃、40℃。

（一）實驗結果：

表(十一)：60cm 鋁棒伸長量與溫度上升量的關係（四捨五入至小數第五位）

溫度上升量(℃)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
第一次實驗(mm)	0.06916	0.14372	0.20820	0.28104	0.34363	0.41635	0.49148	0.56417
第二次實驗(mm)	0.06332	0.13329	0.20049	0.27219	0.33650	0.41108	0.48024	0.55495
第三次實驗(mm)	0.06232	0.13861	0.20160	0.27366	0.33909	0.40702	0.48183	0.55375
平均值(mm)	0.06493	0.13854	0.20343	0.27563	0.33974	0.41148	0.48452	0.55762



圖(28)：60cm 鋁棒伸長量與水溫上升量的關係圖

(二) 說明：

- 1.利用電腦 EXCEL 作圖，線性趨勢線過原點，相關係數 ($R^2=0.99975$)，為高度正相關，由圖(28)推論：60cm 實心鋁棒伸長量與溫度上升量成正比。
- 2.趨勢線方程式： $y=0.01375x$ ， x 為溫度上升量， y 為伸長量，故每上升 1°C ，60cm 實心鋁棒平均伸長量 $=0.01375(\text{mm}/^\circ\text{C})$ 。
- 3.實驗值相對於趨勢線的偏差，如下表（十二）。

表（十二）：實驗值的偏差

溫度上升量(°C)		5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
伸 長 量 (mm)	實驗值	0.06493	0.13854	0.20343	0.27563	0.33974	0.41148	0.48452	0.55762
	趨勢線 $y=0.01375x$	0.06877	0.13755	0.20632	0.27510	0.34387	0.41265	0.48142	0.55020
絕對偏差(mm)		0.00384	0.00099	0.00289	0.00053	0.00414	0.00117	0.00309	0.00743
相對偏差(%)		5.6	0.7	1.4	0.2	1.2	0.3	0.6	1.3
平均相對偏差(%)		1.4							

研究七：實驗數據的歸納與分析

表（十三）：數據的分析

金屬種類與規格 分析項目	鐵管 (60cm)	黃銅管 (60cm)	鋁管 (60cm)	鋁管 (40cm)	鋁棒（實心） (60cm)	鋁管 (20cm)
每 1°C 的平均伸長量 (mm/°C)	0.00677	0.01108	0.01399	0.00928	0.01375	0.00456
平均相對偏差 (%)	1.8	1.0	1.5	1.8	1.4	6.1
線膨脹係數實驗值 α ($\times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$)	11.28	18.47	23.32	23.20	22.92	22.80

說明：

- （一）依據每 1°C 的平均伸長量，60cm 鋁管、40cm 鋁管與 20cm 鋁管的數據關係
(0.01399 : 0.00928 : 0.00456 \div 60 : 40 : 20)。推論：相同溫度上升量，鋁管的
長度比 = 伸長量比。
- （二）由表（十三）知 60cm 空心鋁管與 60cm 實心鋁棒，每 1°C 的平均伸長量並
沒有顯著差異，故推論：鋁棒為實心或空心，熱膨脹的伸長量不受影響。
- （三）60cm 的鐵管、黃銅管、鋁管、鋁棒（實心）與 40cm 鋁管的平均相對偏差在 1.0
% ~1.8% 之間，表示實驗值的精密度高。但是 20cm 鋁棒的平均相對偏差卻高達
6.1%。

- （四）線膨脹係數 α ($\times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$) = $(1/L) \times (\Delta L / \Delta T)$
= $(1/L) \times (\text{每 } 1^\circ\text{C 的平均伸長量})$
L：金屬管長度， ΔL ：伸長量， ΔT ：溫度上升量

1. 線膨脹係數的實際值 α ($\times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$)：鐵（11.8）；黃銅（19）；鋁（23.6）。

（資料來源：拾、參考資料三、四）

2. 以 60cm 鐵管、黃銅管、鋁管為例，實驗值的線膨脹係數與實際值比較，相對誤差如下：

$$\text{鐵管的相對誤差} = [(11.28 - 11.8) / 11.8] \times 100\% = -4.41\%$$

$$\text{黃銅管的相對誤差} = [(18.47 - 19) / 19] \times 100\% = -2.79\%$$

$$\text{鋁管的相對誤差} = [(23.32 - 23.6) / 23.6] \times 100\% = -1.19\%$$

研究八：複合金屬片彎曲與溫度變化的關係

控制變因：複合金屬片長（28cm）、水溫上升範圍（25~45℃）。

操縱變因：水溫上升量 10℃、20℃。

（一）實驗結果：

表（十四）：複合金屬片的彎曲量及彎曲方向

複合金屬片 種類	溫度上升時金屬片彎曲的末端移動量(mm)		彎曲方向
	溫升 10℃ 時	溫升 20℃ 時	
黃銅、鐵複合	2.5	4.5	向鐵彎曲
鋁、黃銅複合	0.9	2.0	向黃銅彎曲
鋁、鐵複合	2.1	4.0	向鐵彎曲

（二）說明：

- 1.如表（十四），從彎曲方向的實驗結果分析發現，當溫度升高時，複合金屬片均向熱膨脹係數較小的那邊彎曲。例如黃銅的熱膨脹係數是(19)，鐵的熱膨脹係數是(11.8)， $(19) > (11.8)$ ，所以黃銅、鐵複合時，溫度上升金屬片會向鐵這邊彎曲。
2. 從分析彎曲量的實驗結果發現，同一複合金屬片的彎曲量與溫度上升量有直接正比關係。
- 3.此項實驗觀察結果與理論值相吻合，即金屬膨脹較多的一邊會將整個複合金屬片往膨脹較少的一邊彎曲。

六、討論

- （一）、第一代簡易熱膨脹儀的器材簡單，操作容易，指針的旋轉也明顯，可用來證明金屬棒受熱會伸長，適合教學上的操作觀察。
- （二）、第一代簡易熱膨脹儀，酒精燈一開始加熱銅棒時，常發生指針倒轉（順時鐘方向），似乎銅棒受熱發生縮短的現象，我們判斷因金屬棒僅單邊加熱，受熱不均勻，使金屬棒產生彎曲而把兩端往中間拉，因而兩端距離反而縮短，所以指針有點倒轉；若以噴燈上下均勻加熱測試，則指針不會有倒轉的現象。
- （三）、小心刮除光碟片背面的外層塗料，使光亮材質露出表面，再以剪刀裁剪下一小片，一端削尖，插入注射針尾端的塑膠孔內，用露出表面的光亮材質反射光線，效果良好。
- （四）、第四代熱膨脹儀，靈敏度極高，由於實驗地點位於三樓，發現人靠近裝置時，牆上光點會往下滑，人遠離裝置，光點又回到原來位置，體重越大，光點下滑距離越大，證實體重會使樓地板發生些微彎曲。為解決此困擾，將裝置移至天花板的樑柱下方，因此位置的地板位於樑柱上，抗壓性大，才解決觀察者的體重影響實驗的問題。

- (五)、運轉中的潛水馬達，因震動造成牆上光點晃動，為降低馬達震動波的傳遞，在馬達的下方墊置氣球，並以橡皮管連接馬達出水口和塑膠管，才解決牆上光點晃動的困擾。
- (六)、第四代熱膨脹儀靈敏度高，用水浴法加熱，加熱溫度範圍 10~50℃ 即可，實驗也較為安全。
- (七)、儀器是我們的特色，由於靈敏度高，金屬棒伸長一點點，牆上光點便下滑一段很長的距離，所以儀器功能在於放大伸長量，便於觀察與測量。鏡面至牆壁的距離 200cm 時，放大倍數約 4,546 倍，而兩者是正比關係。
- (八)、滾針的接觸面性質影響摩擦力，摩擦力過大阻止滾針移動，過小可能導致滾針滑動，因此我們設計實驗，分別以玻璃和紙張做為滾針的接觸面，測試並分析結果。
1. 實驗設計：前、後兩滾針都貼上鏡面，以兩支雷射筆分別向兩滾針的鏡面射入雷射光，以兩滾針同時偵測金屬管的伸長量。
 2. 實驗結果：兩滾針的接觸面為玻璃或紙張，結果有很大的差異。
 - (1) 玻璃使兩滾針所偵測到的伸長量極為接近，僅約 0.02% 的偏差；而紙張卻使兩滾針的測量值差異大，約有 4% 的偏差。
 - (2) 而且相同的溫度上升量，紙張的測量值遠低於玻璃的測量值。
 3. 討論：
 - (1) 理論上兩滾針同時偵測伸長量，應有相同的測量值。
 - (2) 分析與推論：紙張材質較鬆軟，使得滾針有些許移位而沒有滾動，又兩滾針承載角尺重量不一，滾針作用於紙張上壓力不同，使兩滾針移位情形不同，故測量值不一致；還有紙張的測量值遠低於玻璃的測量值，更加印證上述推論。
 4. 結論：
 - (1) 在玻璃材質下，滾針應當沒有滑動。
 - (2) 紙張因鬆軟，導致滾針滑動。
 - (3) 所以我們選用玻璃作為滾針的接觸面。
- (九)、異類金屬結合不易，複合金屬片在製作時，由於兩種不同金屬的熔點特性差異太大，在使用瞬間高壓放電熔接時，往往其中一邊已經都熔破了，可是另一邊卻還毫髮無傷。
- (十)、第四代熱膨脹儀在測量 20cm 鋁管時，明顯出現較大的平均相對偏差 6.1%；如果本儀器在測量較短金屬時，想得到和較長金屬相同的精準度（平均相對偏差值在 1.0% ~1.8% 之間），則需我們再努力研究改善。

七、結論

- (一)、研究一結論：
鐵管伸長量與溫度上升量成正比。
- (二)、研究二結論：
黃銅管伸長量與溫度上升量成正比。
- (三)、研究三、四、五結論：
 1. 鋁管伸長量與溫度上升量成正比。
 2. 相同的溫度上升量，鋁管的長度與伸長量成正比。

(四)、研究六結論：

1. 實心鋁棒伸長量與溫度上升量成正比。
2. 鋁棒為實心或空心，熱膨脹的伸長量不受影響。

(五)、根據第四代熱膨脹儀實驗所得數據，歸納如下：

1. 除了 20cm 鋁管外，平均相對偏差在 1.0% ~1.8% 之間，表示實驗值的精密度高。
2. 比較鐵、黃銅、鋁的線膨脹係數 α ($\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)，鋁 (23.33) > 黃銅 (18.50) > 鐵 (11.33)。
3. 實驗值的相對誤差：鋁 (-1.19%)；黃銅 (-2.79%)；鐵 (-4.41%)。

(六)、研究八結論：

複合金屬片加熱後，由於膨脹量的不同，會讓金屬片往膨脹係數較小的一邊彎曲。

八、後續研究方向

(一)、研究自製熱膨脹儀測量長度較短的待測物。

九、參考資料

- (一)、姚珩等編著 (2005)。國中自然與生活科技 (2 上)。台南市：翰林。
- (二)、陳文照等譯 (2002)。材料科學與工程導論。台北縣：高立。
- (三)、陳龍英、郭明賢著 (2004)。普通物理 (上)。台北市：三民。
- (四)、葉家棟 (2000)。科學活動與近代化學的發展。取自：<http://www.isst.edu.tw/s57/res.html>
- (五)、賴耿陽編著 (2000)。非鐵金屬材料。台南市：復漢。

評語

此專題以連串改進的儀器作金屬膨脹之測量，每一次儀器改進，精確度都增加不少，裡面所包含的物理，作者都能做精確掌握。