

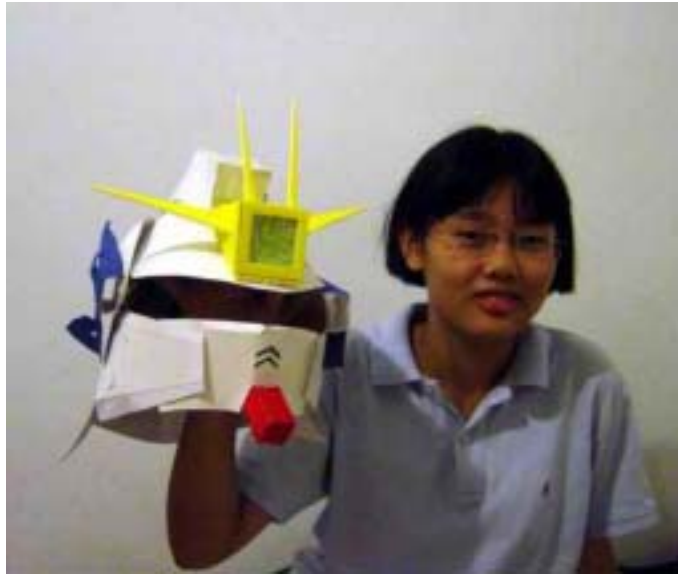
臺灣二〇〇七年國際科學展覽會

科 別：物理學

作 品 名 稱：磁粉探傷原理探討－鐵粉在靜磁場中的
受力與運動情形

學校 / 作者	：國立臺中女子高級中學	賴維屏
	國立臺中女子高級中學	柯婉婷

作者簡介



「真理，是天空的一抹彩霞。」

賴維屏，就讀臺中女中二年級。從小父親即要求「過科學的人生」，培養對於生活週遭事物邏輯思考的能力。就讀小學和國中時曾參加全國少年科技創作競賽，連續三年得到全國前三名的成績，培養了面對問題力求改善，及做實驗窮追不捨的毅力。興趣是閱讀、冥想、英文寫作及跳探戈。



柯婉婷，臺中女中二年級。身為一個科學讀書人，我對生活充滿好奇，奉行「活得精彩」，喜歡嘗試不同活動，歌唱、攝影、繪畫是我的興趣，個性樂觀進取，面對困難時能勇於挑戰。參與此次科學競賽，讓我體認到從事科學研究工作的辛勞，更學習人與人之間的相處之道，期待能為社會服務、貢獻，成為能頂天立地的棟樑。

目 錄

壹、 摘要.....	p.1
貳、 研究動機.....	p.3
參、 研究目的.....	p.4
肆、 基礎理論.....	p.5
伍、 實驗設計.....	p.12
陸、 研究器材與裝置.....	p.18
柒、 實驗步驟.....	p.22
捌、 實驗結果分析與討論.....	p.23
玖、 應用——污水處理.....	p.30
壹拾、 參考資料.....	p.32
壹拾壹、 附件.....	p.33

壹、摘要

磁粉探傷過程包含兩個重要的物理現象，其一是磁力線於工件瑕疵處的漏磁現象而形成邊緣磁場，其二是鐵粉顆粒受邊緣磁場的影響而向工件瑕疵處附近聚集，此二現象分別反應出磁場在通過不同介質時所遵循的折射原理，以及磁場分佈對鐵粉顆粒產生的磁力原理。

本研究以電磁鐵通電產生靜磁場，並利用兩電磁鐵間的氣隙來模擬工件瑕疵，因電磁鐵的磁導係數遠大於空氣之磁導係數而造成漏磁場方向幾與漏磁面垂直，形成一單純的邊界條件使得邊緣磁通密度的解析解可直接利用馬克斯威爾方程式求得。我們亦導出空氣中的磁通分佈對微小的鐵粉顆粒所產生的磁力公式，發現鐵粉顆粒受靜磁力的大小與該顆粒的體積、磁通密度與磁通密度之梯度成正比，而其方向則與磁通密度之梯度一致，此結論與磁粉探傷過程中，鐵粉向工件瑕疵處聚集的現象吻合。

實驗設計採用螢光粉混入鐵粉以獲致明顯的鐵粉顆粒運動軌跡，用數位錄影機記錄後再擷取影像圖檔判讀其位置與時間之關係，進而反算鐵粉顆粒之位置與所受之靜磁力的關係，以定量的方式證實所推導的邊緣磁場分佈公式以及磁力公式。

Abstract

Two important physical phenomena are observed in the practice of magnetic particle inspection (MPI). The first one is that leakage flux is present in the defect area of the work-piece under inspection. The second one is that magnetic particles aggregate in the vicinity of the defect. These phenomena manifest the theory of flux refraction, which occurs in the intersection area of two different magnetic materials, and the theory of magneto-static force, which is experienced by the iron powder in a magnetic field distribution.

Two electromagnets, made of cast steel, are aligned together such that the leakage flux in the air gap forms a fringing field distribution. It is this magnetic field distribution that simulates a defect area in a magnetized magnetic work-piece. Since the permeability of cast steel is far larger than that of air, the direction of the fringing field at the surface of the electromagnets is almost perpendicular to the surface. Such a simple geometry renders an analytical solution to the Maxwell's equations.

The magnetic force of the magneto-static field exerting on the magnetic particle, an iron powder in this case, can be derived by using the principle of virtual displacement. We obtain a formula of magnetic force, whose direction coincides with the gradient of the magnetic flux density and whose magnitude is proportional to the magnitude of the particle volume, the magnetic flux density and its gradient. This formula also agrees with the observation in MPI that the magnetic particles aggregate in the vicinity of the defect.

貳、研究動機

工業製作零件上，只要稍有微小的瑕疵，極可能對機體造成損害，甚至引發安全上的顧慮。為節省成本及時間，須讓零件在不被破壞的情況下檢測出其缺陷，即非破壞性檢測（nondestructive examination）；非破壞性檢測含超音波探傷法、X射線探傷法、滲透探傷法、磁粉探傷法（magnetic particle inspection, MPI）等，其中，磁粉探傷法利用磁力線的特性，顯現鋼鐵材料零件的缺陷，相較於其他方法，不僅取材方便、成本低廉又具高度靈敏性，最適用於研究。

磁粉探傷之原理，是利用鋼鐵材料零件之磁導性，將此零件磁化後，置於磁場中，磁力線將沿零件構成之磁路通過。若此零件有缺陷（不連續性），此不連續將造成磁場畸變，磁力線偏折，產生漏磁場（leakage field）磁粉探傷便是根據此現象，利用鐵粉在磁力線散佈不均之磁場中會移動、聚集至磁力線密集的位置（漏磁場最強處），堆積成磁痕，此磁痕即為缺陷的放大圖像。

在磁導率差異極大之兩介質分界面上，磁力線將折射，產生磁極。磁路截面變化處，磁力線離開再進入表面所形成的磁場即為漏磁場。其實，漏磁現象就像是一個由兩塊一般磁鐵異極相近所構成的磁場，同樣都會在磁及附近散佈疏密不均的磁力線，遠離磁極處磁力線稀疏，近處則緊密相聚。如果灑上鐵粉，即可看到這些磁力線的分佈情形，這些都是國中時被接受的觀念。但是仔細探究後，我們開始思考，分佈在磁場中的鐵粉，為什麼會沿磁力線分佈，而不是成片狀，甚至塊狀分佈？磁力線在磁場中為何是以這樣的連續曲線散佈？這樣的排列方式是否有一定的規則可循？這些都還有研究的空間。

另一項引起我們好奇的，是磁粉探傷法中利用鐵粉聚集，觀察缺陷的手法－鐵粉在磁場中被吸引，移動、聚集至磁極處。然而，鐵粉在充滿能量和力的磁場中，如何確定行進的方向以及前往的位置？鐵粉是受磁力作用而產生運動，那麼磁場的大小和磁力呈什麼關係？磁力對鐵粉作用使鐵粉如何運動？鐵粉運動之方向和磁力線分部是否有關？運動的情形和鐵粉本身的條件有什麼關係？這些問題促使我們著手設計進行我們的實驗。

參、研究目的

- 一、推導並驗證漏磁現象之公式。
- 二、利用特製磁粉在磁場中運動的觀察推導磁粒受磁場變化之影響。

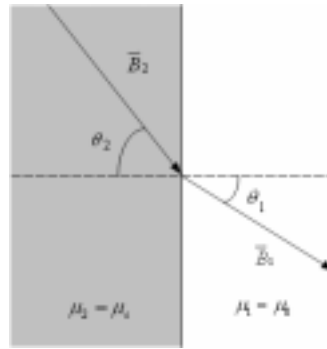
肆、基礎理論

我們在磁粉探傷過程中觀察兩個重要的物理現象，其一是磁力線於工件瑕疵(defect)處的漏磁(flux leakage)現象所形成的邊緣磁場(fringing fields)，其二是鐵粉顆粒向邊緣磁場附近聚集的現象，而此二現象分別反應出磁場在通過不同介質時所遵循的折射(refraction)原理，以及磁場分佈對鐵粉顆粒產生的磁力(magnetic force)原理。

一、磁場折射原理與漏磁現象

1. 邊緣磁通路徑

磁力線(magnetic flux)在高導磁性(ferromagnetic)工件的裂痕瑕疵處因通過空氣而產生折射，圖 4-1 為磁場由磁導係數(permeability) μ_2 之材料進入 μ_1 材料的折射情形



【圖 4-1】 磁力線的折射路徑描述

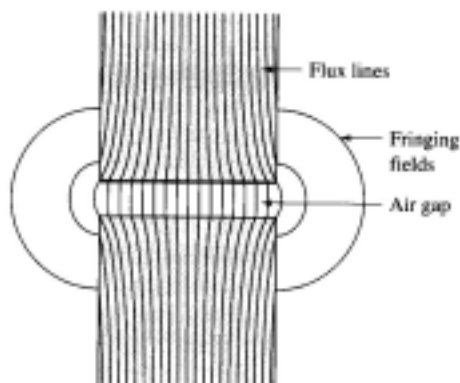
利用電磁場傳導的邊界條件(boundary conditions)原理，其出射角 θ_1 與入射角 θ_2 的關係為 [3]

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (4-1)$$

因工件之磁導係數遠大於空氣之磁導係數，亦即 $\mu_c = \mu_2 \gg \mu_1 = \mu_0$ ，故在入射角不在 90 度附近的情形下，其出射角滿足 $\tan \theta_1 = \frac{\mu_0}{\mu_c} \tan \theta_2 \approx 0$ ，亦即

$$\theta_1 \approx 0^\circ \quad (4-2)$$

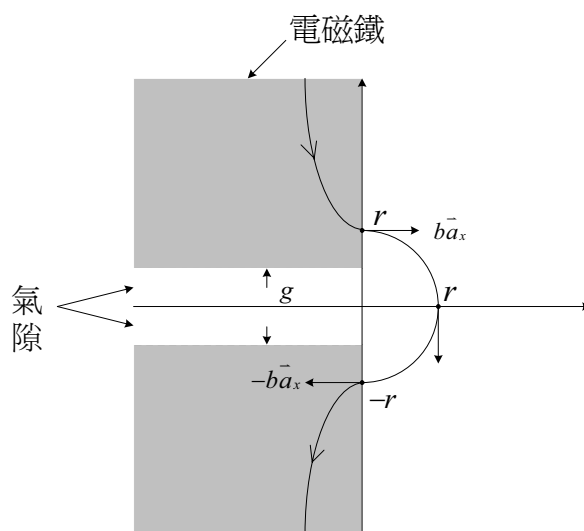
本研究中我們使用兩具同向激磁的電磁鐵氣隙間隔(air gap)來模擬工件瑕疵，如圖 4-2 所示，磁力線因折射而產生邊緣磁場(fringing fields)，且其軌跡為近似半圓(semi-circle)，這是因為磁力由電磁鐵中折射進入空氣的出射角幾乎垂直其表面的緣故 [5]。



【圖 4-2】 電磁鐵間隙的邊緣磁場(漏磁)軌跡示意圖

邊緣磁場的大小與其行經路徑有密切關係，我們依所設計的實驗場景設定座標如圖 4-3 所示，在 x - y 平面上，令邊緣磁場 $\vec{B}(x, y) = B_x(x, y)\vec{a}_x + B_y(x, y)\vec{a}_y$ ， \vec{a}_x 為 x 軸方向之單位向量， \vec{a}_y 為 y 軸方向之單位向量，則 \vec{B} 滿足馬克斯威爾方程式(Maxwell's equations)[5]

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \nabla \times \vec{B} = 0 \quad (4-3)$$



【圖 4-3】 直角座標中的邊緣磁場路徑

設若某一邊緣磁力線由上段電磁鐵於 $x = 0, y = r$ 處射出，則其將由 $x = 0, y = -r$ 處射回下段電磁鐵，令其磁通密度大小為 b ，則該邊緣磁場之邊界條件為

$$\vec{B}(0, r) = b\vec{a}_x, \vec{B}(0, -r) = -b\vec{a}_x \quad (4-4)$$

將(4-3)與(4-4)式化解為直角座標系的偏微分方程式及其邊界條件：

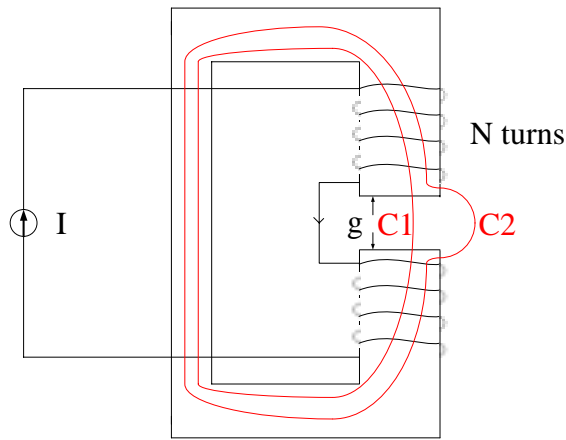
$$\begin{aligned}\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial x} &= 0 \\ B_x(0, r) &= b, B_x(0, -r) = -b, B_y(0, r) = 0, B_y(0, -r) = 0\end{aligned}\quad (4-5)$$

經求解(4-5)式得該邊緣磁場為

$$B_x(x, y) = br \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad B_y(x, y) = -br \frac{x}{x^2 + y^2} \quad (4-6)$$

可得在 4-3 圖所示以 r 為半徑之半圓上（亦即 $x^2 + y^2 = r^2, x > 0$ ），其磁通密度之大小 $|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = b$ 為一常數，故該半圓即為該邊緣磁力線之路徑。

2. 氣隙磁通與邊緣磁通密度



【圖 4-4】 氣隙磁通路徑與邊緣磁通路徑

考慮圖 4-4 中的 C_1 與 C_2 兩條封閉路徑，其中 C_1 為氣隙磁通路徑， C_2 為邊緣磁通路徑，我們利用安培定律(Ampere's Law)來計算該兩者之磁通密度大小。對 C_1 而言，其磁通密度 B_{ag} 滿足

$$NI = \oint_{C_1} \frac{1}{\mu} \vec{B}_{ag} \cdot d\vec{l} = \int_{C_{11}} \frac{1}{\mu_c} \vec{B}_{ag} \cdot d\vec{l} + \int_{C_{12}} \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_{ag} \cdot d\vec{l} \quad (4-7)$$

其中 C_{11} 為電磁鐵內路徑，長度為 l_1 ； C_{12} 為氣隙，寬度為 g ，又因路徑方向與磁通方向一致，可得(4-7)式之積分值為

$$NI = \left(\frac{l_1}{\mu_c} + \frac{g}{\mu_0} \right) B_{ag} \quad (4-8)$$

故氣隙磁通密度為

$$B_{ag} = \frac{NI}{\frac{l_1}{\mu_c} + \frac{g}{\mu_0}} \quad (4-9)$$

另一方面，對路徑 C_2 而言，其磁通密度 B_f 滿足

$$NI = \oint_{C_2} \frac{1}{\mu} \vec{B}_f \cdot d\vec{l} = \int_{C_{21}} \frac{1}{\mu_c} \vec{B}_f \cdot d\vec{l} + \int_{C_{22}} \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_f \cdot d\vec{l} \quad (4-10)$$

其中 C_{21} 為電磁鐵內路徑，長度與 C_{11} 相當，可視為 l_1 ； C_{22} 為以 r 為半徑之半圓形邊緣磁場路徑，長度為 πr ，計算其積分值得

$$NI = \left(\frac{l_1}{\mu_c} + \frac{\pi r}{\mu_0} \right) B_f \quad (4-11)$$

故圖 4-4 之邊緣磁通密度大小為

$$B_f = \frac{NI}{\frac{l_1}{\mu_c} + \frac{\pi r}{\mu_0}}, \quad r > \frac{g}{2} \quad (4-12)$$

考慮圖 4-3 中之直角座標系，由於兩電磁鐵位置緊貼於 y 軸邊上，我們可將 $x < \frac{g}{2}$ 處歸

為氣隙磁通， $x > \frac{g}{2}$ 處歸為邊緣磁通，則結合(4-9)與(4-12)可得 x 軸上之磁場變化：

$$B(x) = \begin{cases} \frac{NI}{\frac{l_1}{\mu_c} + \frac{g}{\mu_0}}, & x < \frac{g}{2} \\ \frac{NI}{\frac{l_1}{\mu_c} + \frac{\pi x}{\mu_0}}, & x \geq \frac{g}{2} \end{cases} \quad (4-13)$$

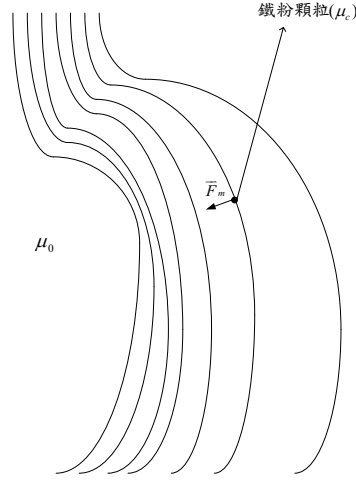
其中 x 為軸上受測點與原點之距離，我們將以實驗量測數據驗證(4-13)式。

二、鐵粉受力原理與運動方程式

1. 鐵粉受力公式

考慮空間中一個線性(linear)、等向(isotropic)的磁場分佈，其磁導係數為 μ_0 ，強度(magnetic intensity)為 H_0 。如圖 4-5 所示，磁場中有一微小之高磁導材料顆粒（在本研究中為鐵粉），則該系統之總磁能為

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mu H^2 dV = \frac{1}{2} \int_{V-\Delta V} \mu_0 H_0^2 dV + \frac{1}{2} \int_{\Delta V} \mu_c H_c^2 dV \quad (4-14)$$



【圖 4-5】 磁場分佈中鐵粉顆粒之受力情形

其中 U 代表系統所在空間， ΔV 為該鐵粉顆粒所佔之微小空間， μ_c 與 H_c 分別為鐵粉之磁導係數(permeability)與通過其內之磁場強度(magnetic field intensity)。將(5-14)式改寫為

$$W_m = \frac{1}{2} \int_U \mu_0 H_0^2 dV - \frac{1}{2} \int_{\Delta V} \mu_0 H_0^2 dV + \frac{1}{2} \int_{\Delta V} \mu_c H_c^2 dV \quad (4-15)$$

等號右邊第一項為鐵粉置入系統前之空間總磁能，第二項與第三項則為鐵粉置入系統之後所產生的磁能效應。假設該鐵粉體積非常微小，可將 ΔV 位置視為一點，則鐵粉顆粒內、外之磁通密度(magnetic flux density)可視為相等，亦即

$$\lim_{|\Delta V| \rightarrow 0} B_c = B_0 \quad (4-16)$$

其中 B_c 為鐵粉顆粒內之磁通密度，而 B_0 則為其外圍（亦即 ΔV 之邊界）之磁通密度。可得

$$\mu_c H_c = \mu_0 H_0 \quad (4-17)$$

因鐵粉的磁導係數遠大於周圍空間的磁導係數；亦即 $\mu_c \gg \mu_0$ ，換言之 $H_c \ll H_0$ ，故(4-15)式之第三項可忽略不計。此外，在鐵粉顆粒體積極微小的假設下，其內部之磁通密度幾為常數，可將(4-15)式之積分算出為

$$W_m \cong \frac{1}{2} \int_U \mu_0 H_0^2 dV - \frac{1}{2} \int_{\Delta V} \frac{B_0^2}{\mu_0} dV = W_0 - \frac{B_0^2}{2\mu_0} \nu \quad (4-18)$$

其中 W_0 為置入鐵粉前之空間總磁能， B_0 為鐵粉所在位置之磁通密度， ν 為鐵粉體積。

算出系統總磁能之後，可依據能量不滅定律(the Principle of Conservation of Energy)，利用磁能與動能的轉換原理[3]導出鐵粉受力公式如下

[4]

$$\vec{F}_m = -\nabla W_m = \frac{\nu}{\mu_0} B_0 \nabla B_0 \quad (4-19)$$

由(4-19)式可知鐵粉在磁場中的受力情形，其方向與環境之磁通密度之梯度(gradient)一致，亦即與磁力線垂直並往更高磁通密度的方向，與圖 4-5 之示意圖描述一致；而其

大小正比於鐵粉體積、所在位置之磁通密度及其梯度大小之乘積。故此結論可以解釋磁粉探傷過程中所呈現之「鐵粉顆粒往鐵材工件之傷痕處聚集」現象，而在本研究中，我們設計單一自由度(one degree-of-freedom)的鐵粉受力運動實驗，僅需計算 x 方向磁場對鐵粉的影響，因此對 W_m 做 x 軸方向的偏微分得

[4]

$$\vec{F}_m = -\frac{\partial W_m}{\partial x} = \frac{\nu}{\mu_0} B_0 \frac{\partial B_0}{\partial x} \vec{a}_x \quad (4-20)$$

2. 鐵粉運動方程式

本研究將利用觀察鐵粉顆粒的運動情形來量測磁力 \vec{F}_m 以印證(4-20)式，在電磁鐵氣隙中置入一垂直磁力線之直線(x 軸向)運動軌道，內含磁懸液(煤油)，再將鐵粉顆粒投入後開始紀錄其運動軌跡。令鐵粉之質量為 m ，位置為 x ，則其運動方程式為

$$F_m - F_r - F_c = m\ddot{x} \quad (4-21)$$

其中 F_m 為磁力， $F_r = c\dot{x} = cv$ 為磁懸液的黏滯摩擦力(viscous friction)， $F_c = M \cdot \text{sgn}(v)$ 為庫侖摩擦力(Coulomb friction)， v 為鐵粉速度， c 為黏滯摩擦係數。整個運動路徑可分為氣隙外($x \geq \frac{g}{2}$)與氣隙內($x < \frac{g}{2}$)與兩階段。在鐵粉投入氣隙外之瞬間，其初速度為 0 故 $F_r = 0$ ，在磁力足以克服庫侖摩擦力的前提下，鐵粉即受加速進入氣隙；進入氣隙之後，因其內的磁通密度為常數以致 $\frac{\partial B}{\partial x} = 0$ ，造成 $F_m = 0$ ，此時鐵粉因黏滯摩擦與庫侖摩擦而開始減速，其運動方程式為

$$m\dot{v} = -cv - M \cdot \text{sgn}(v), \quad x \leq \frac{g}{2} \quad (4-22)$$

利用所記錄的鐵粉速度曲線將可求出參數 c 值與 M 值，再帶入氣隙外的運動方程式得

$$F_m(x) = m\dot{v} + cv + M \cdot \text{sgn}(v), \quad x > \frac{g}{2} \quad (4-23)$$

即可算出氣隙外邊緣磁場中每一量測點 x 的磁力大小以印證(4-20)式。

4.2-3 參數 c 與 M 之計算

本研究將利用數位錄影機紀錄鐵粉顆粒的運動軌跡，擷取其離散時間(discrete time)之瞬時影像以量得每個取樣時間之鐵粉位置。令取樣週期(sampling period)為 T ，鐵粉位置為 x_k ， $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ，且置鐵粉之起始位置於氣隙外 $x_0 > \frac{g}{2}$ ，使其受磁力而加速迫近氣隙。則鐵粉之運動速度及加速度可利用由拉近似公式(Euler's approximation)分別估算為

$$\begin{aligned} v_k &\cong \frac{x_{k+1} - x_k}{T} \\ \dot{v}_k &\cong \frac{v_{k+1} - v_k}{T} \end{aligned} \quad (4-24)$$

今考慮鐵粉於氣隙內 $x_k < \frac{g}{2}$ 之運動情形，依圖 4-3 之座標定義其運動方向為負($v < 0$)，故可將(4-22)之運動方程式改寫為

$$\dot{v} = -\frac{c}{m}v + \frac{M}{m} \quad (4-25)$$

其一般解形式為

$$v(t) = Ae^{-\frac{c}{m}t} + B \quad (4-26)$$

其中 A 、 B 為常數，而將上式之鐵粉速度帶入原運動方程式(4-25)可得

$$B = \frac{M}{c} \quad (4-27)$$

由(4-26)式可進而求得氣隙內相鄰時間之鐵粉速度關係為

$$v_{k+1} = e^{-\frac{c}{m}T} v_k + B(1 - e^{-\frac{c}{m}T}) \quad (4-28)$$

將(4-28)式帶入另一組氣隙內相鄰時間之鐵粉速度關係

$$v_{j+1} = e^{-\frac{c}{m}T} v_j + B(1 - e^{-\frac{c}{m}T}) \quad (4-29)$$

將兩式相減可得 $e^{-\frac{c}{m}T} = \frac{v_{k+1} - v_{j+1}}{v_k - v_j}$ ，故可求出黏滯摩擦 c 為

$$c = \frac{m}{T} \ln\left(\frac{v_k - v_j}{v_{k+1} - v_{j+1}}\right) \quad (4-30)$$

求出 c 之後，參數 B 亦可利用(4-28)式隨而求得

$$B = \frac{v_{k+1} - e^{-\frac{c}{m}T} v_k}{1 - e^{-\frac{c}{m}T}} = \frac{v_k - v_j}{v_{k+1} - v_{j+1}} v_{k+1} - v_k \quad (4-31)$$

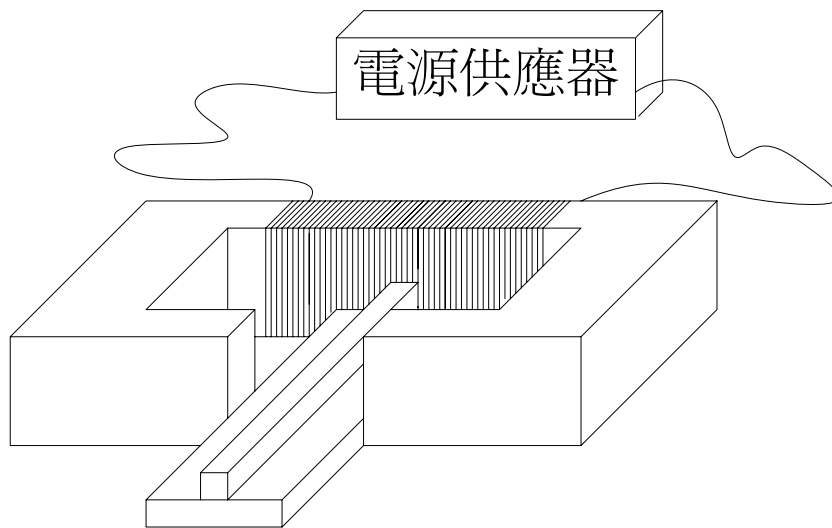
將(4-30)、(4-31)帶入(4-27)式即可估算出庫侖摩擦係數

$$M = c \cdot B \quad (4-32)$$

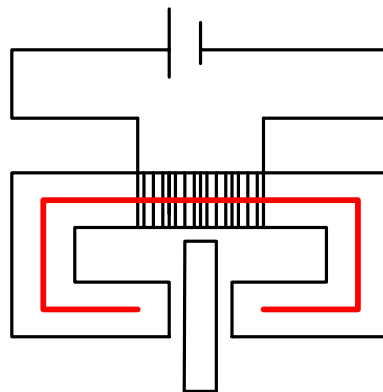
伍、實驗設計

一、磁場建立

「固定式磁粉探傷機的使用功能較為全面.....而這類設備一般可對被檢工件進行多種方式的磁化。如對工件進行直接通電磁化或使電流穿過中心導體使工件得到感應磁化，或用通電線圈及極間磁軛對工件進行磁化.....」【1】 由上述之資料，使我們想到使用馬蹄形之「磁軛」來建立磁場，如圖【圖 5-1】，而其電線迴路及生成之磁場如【圖 5-2】。

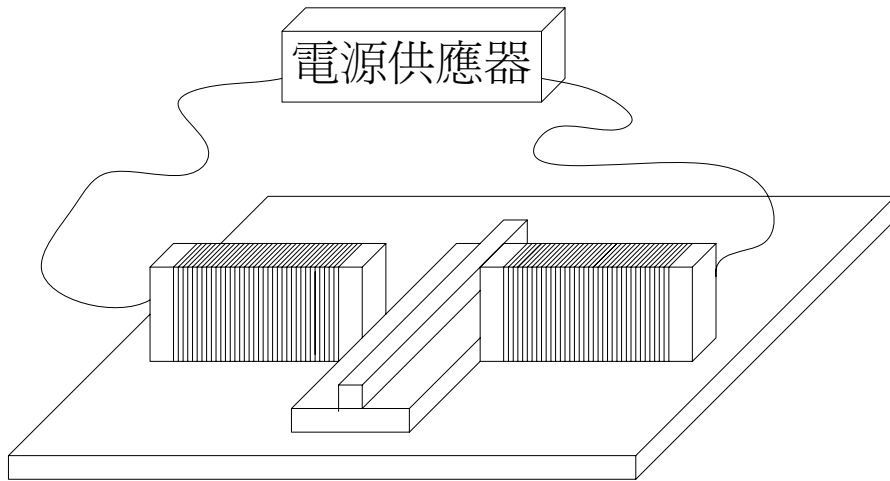


【圖 5-1】以磁軛建立磁場之假想圖

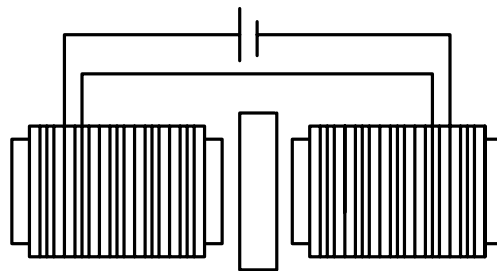


【圖 5-2】以磁軛建立磁場之模式圖（紅線為生成之磁場）

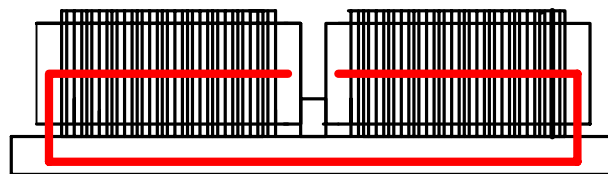
但考慮到製作的方便性及成本問題，我們想到一替代方案【圖 5-3】，其電線迴路及生成之磁場如【圖 5-4】，以三塊完整的磁性物質來組成想像中的磁軛，如【圖 5-5】。



【圖 5-3】替代磁軛建立磁場之假想圖



【圖 5-4】替代磁軛建立磁場之模式圖

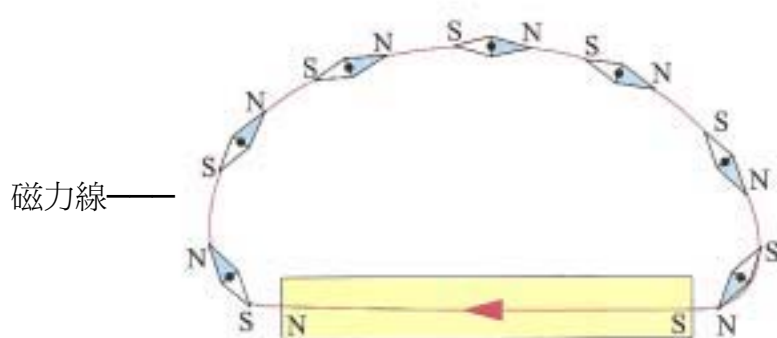


【圖 5-5】三塊完整的磁性物質來組成想像中的磁軛（紅線為生成之磁場）

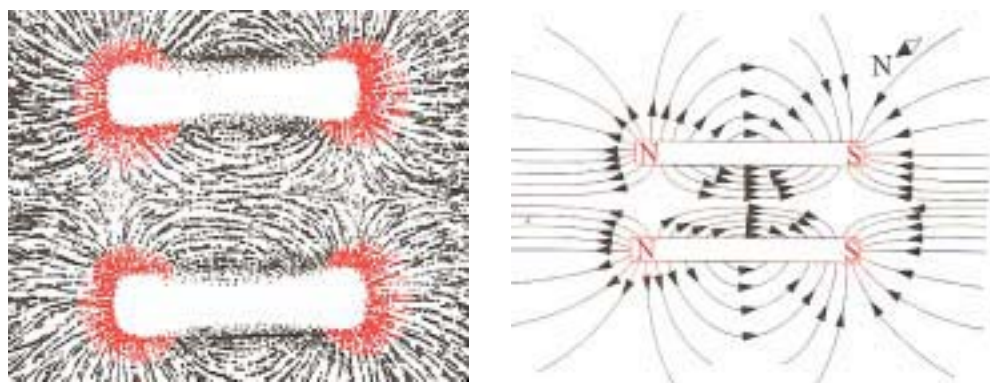
按所尋到的材料，最終建立出的磁場與【圖 5-5】極為相近，實圖即【圖 6-1】。

以電源供應器提供電源，以得到較為強大的電壓加強磁場之強度，使用纏繞漆包線電磁鐵為相同道理，兩者形成迴路，產生磁場。

二、磁場測量



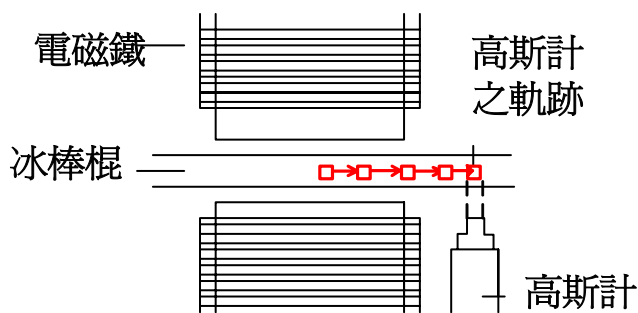
【圖 5-6】磁力線（紅線）



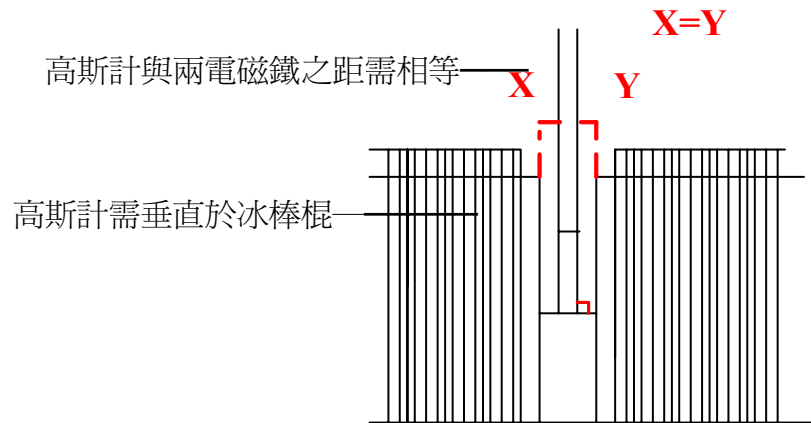
【圖 5-7】愈近磁極處的磁力線愈密集，磁場就愈強（紅色區塊）

如【圖 5-6】及【圖 5-7】所示，「.....將一小磁針置放在磁棒附近，將磁針延著其 N 極的指向連續地移動，所得的連線稱為磁力線.....法拉第構想以磁力線的密集程度代表磁場的強弱，愈近磁極處的磁力線愈密集，磁場就愈強.....」（節錄自高中物理南一版教科書 p.217、p.218）

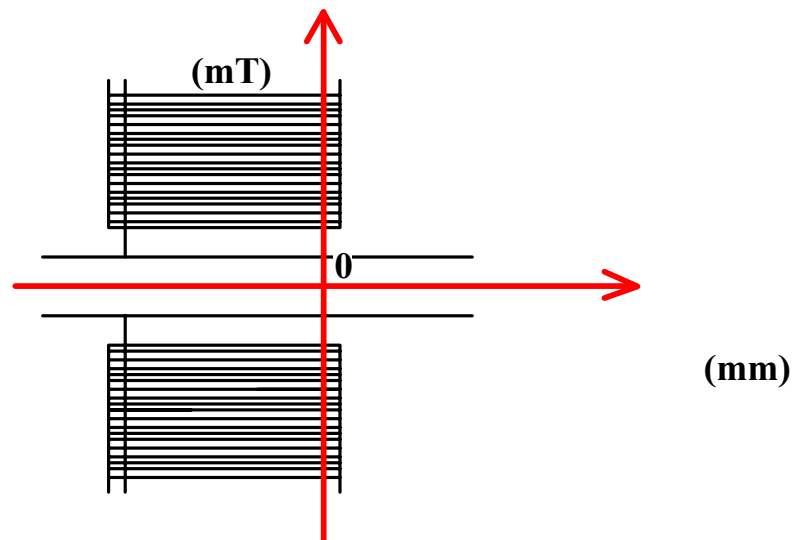
本實驗旨在研究磁場強度之變化。縮減兩電磁鐵之間距使其間距極小，以利產生強磁場，故以兩支冰棒棍作為平台，不僅縮減兩電磁鐵的間距產生強磁場，亦可防止兩電磁鐵相吸、碰撞而產生火花，此外，尚可於磁力運動情形之研究時應用。令磁場強度為 y 軸，磁場梯度增加方向為 x 軸、邊緣為 0 cm，向電磁鐵中心為負向、電磁鐵外為正向，考量其精確度，使用高斯計由電磁鐵中心向電磁鐵外以極小之距離為單位量測磁場強度，製成一磁場強度與距離的圖表，再將圖表與原始狀況比對，便可證明磁力線的密集度與磁場強度之關係。【圖 5-8】為量測模式圖，【圖 5-9】為使用高斯計量測時的注意事項，【圖 5-10】為座標系的標定。



【圖 5-8】磁場量測模式圖（右圖為左圖紅色框內之放大圖，其中，右圖內紅色表示高斯計移動之軌跡）



【圖 5-9】使用高斯計的注意事項



【圖 5-10】座標系的標定

三、鐵粉顆粒製作

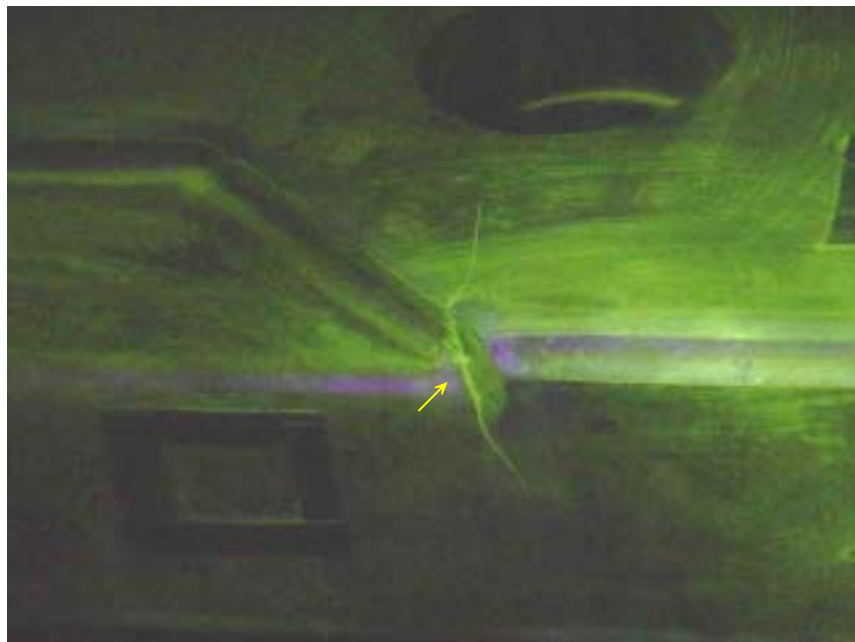
經過實驗推導，我們得知鐵粉在磁場中的受力和鐵粉體積大小有關，因此，在進行觀察紀錄鐵粉在磁場中運動情形時，體積的控制特別重要，也是我們面臨的一大難題：如何在製作鐵粉顆粒時測定如此微量的體積。除了體積之外，在細吸管油域中的細小鐵粉顆粒，經攝影機拍攝後，必須能以肉眼清楚觀察，也是我們的難處。

將按比例調製好的液體（包含膠水、鐵粉以及螢光粉），滴至培養皿上秤重，並塗抹成固定面積。待水分蒸乾後，原液體在培養皿上膠結成一片鐵粉抹片，此鐵粉抹片即為鐵粉顆粒的原形，將此鐵粉抹片連培養皿，再次秤重。此次重量和前次秤量重量相減，即為原液體中含有之水分重量。將原重扣除水重，即可得到鐵粉重量。利用游標尺，即可判定鐵粉顆粒厚度，進而得到體積。

為解決觀察上的問題，我們決定參考磁粉探傷之螢光法。此螢光法是將特殊螢光劑混合鐵粉於油中及化學物質，製成磁懸液【圖 5-11】。進行磁粉探傷時，將磁懸液淋於零件上，施加磁場。在磁場中，螢光劑會隨鐵粉移至缺陷處，在黑暗中，以黑光燈照射，磁痕便清晰可見【圖 5-12】。



【圖 5-11】磁懸液



【圖 5-12】磁粉探傷

由於我們沒有製作此螢光磁懸液之技術和原料，所以我們利用夜光粉同樣在黑

光燈下發光的性質，將之摻入鐵粉顆粒中，製成螢光鐵粉，易於觀察，透過攝影機拍攝，從電腦螢幕觀看，清晰可見（見附件）。

四、鐵粉顆粒在磁場中之運動

本實驗旨為探討磁粒於磁場中的運動。僅考慮磁粒延磁場梯度增加方向之運動，需控制兩電磁鐵間之距離使其極小，故將兩支冰棒棍夾在電磁鐵間，並以縱剖之細吸管作為觀察磁粒運動時之軌道，且還須於細吸管内注入油，製造一油域以減少磁粒運動之摩擦力，此外，由於磁粉顆粒是以膠水製成，易溶於水，故油的使用已有其必要性。而冰棒棍的作用除了縮減距離以產生更大的磁場強度外，還有安全上的顧慮，防止兩電磁鐵碰撞產生火花，更甚點燃細吸管的油域。而為便於觀察，所有量測的過程皆在黑暗中進行，故磁粒與量測距離的尺上之刻度，皆須以螢光物質標定，再以黑光燈照明。

除了磁粒運動極為快速外，亦是便於量測，過程以攝影機作為紀錄之工具，擷取連續畫面以直接比對前後兩連續圖（見附件），更易於量測磁粒移動之距離。將紀錄結果製成位置與速度及加速度之關係圖，再和磁場大小做比對，即可得到磁場強度對磁粒運動之關係。

陸、實驗器材與裝置

一、磁場的建立與量測





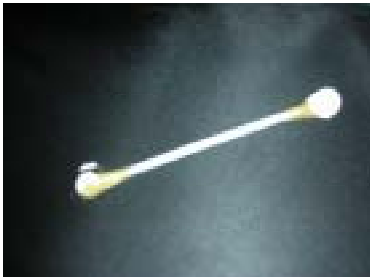


磁場是自行建立的環境，亦是所有研究的主體。圖 6-1 為完整的實驗平台。



【圖 6-1】實驗平台

說明：電源供應器與電磁鐵形成通路、產生磁場。使用冰棒棍做為軌道的平台目的有三：一是為了縮減電磁鐵間之問距、增加磁場強度；二是使磁懸粒之軌道呈一直線，為求便於觀察與測量；三則是防止電磁鐵相撞引起火花、以致點燃煤油。另外，實驗全程均於黑暗中進行，故需使用黑光燈與螢光劑。



器材	圖示	數量	用途
電源供應器		1 台	提供電源
高斯計		1 台	量測磁場

黑光燈	 	1 盞	顯示磁粒的所在及尺的刻度
冰棒棍		2 根	做為平台
電磁鐵		1 組 (2 個)	增加磁場的強度
吸管		1 根	做為磁粒的軌道
直尺		1 把	量測距離
螢光劑		1 瓶	標示尺的刻度

塑膠製鑷子		1 把	夾鐵粉顆粒 入磁場
防水膠		適量	防止漏油
沙拉油		適量	以兩種不同介質檢測
煤油		適量	

二、配製磁懸粒

說明：磁粒是用於顯示磁場中質點的受力情形，故須使磁粒體積小、又能便於觀察，將鐵粉、膠水、螢光粉及水均勻混和，再將此混合液塗抹於固定培養皿上並固定其面積，待水分蒸乾後即可製成一抹片，將抹片取下並裁出其中一小塊，便是實驗中所用之磁粒；其中，膠水可以黏附鐵粉，使磁粒在油域中不分散，而螢光粉則是使鐵粉在黑暗中便於觀察，水則為稀釋之用，讓滴管便於汲取混和液。

器材	圖示	數量	用途
養皿		數個	製作鐵粉抹片的場所
滴管		數個	吸取磁懸液

鐵粉	 	適量	顯示磁性物質在磁場中之運動
螢光粉		適量	顯示磁粉位置
膠水		適量	固定磁粉
電子秤		1 台	量測重量
方格紙		數張	做為紀錄與控制磁懸抹片面積
水彩筆		1 支	抹勻磁懸液

三、實驗紀錄

說明：攝影機需架設於實驗裝置旁，且鏡頭需垂直於磁懸粒之軌道，目的是減少視差。磁粒運動相當快，無法以肉眼觀察，須由攝影機拍下，再以電腦、運程式 VirtualDubMod 觀看（該程式可取得間隔為三十分之一秒的連續畫面）。

器材	數量	用途
攝影機	1 台	拍攝磁粉的運動
腳架	1 組	固定鏡頭減少晃動

柒、實驗步驟

一、實驗裝置——建立磁場

1. 將兩電磁鐵固定於鐵板上。
2. 電磁鐵間夾兩根冰棒棍並使其與電磁鐵緊緊密合。
3. 電磁鐵與電源供應器相連接，磁場即架設完畢。

二、磁場測量

1. 將高斯計置於磁場中，其中，須注意高斯計須垂直於冰棒棍，且須控制兩電磁鐵至高斯計之距須相等。
2. 建立線座標：以 0.2cm 為單位，電磁鐵的中點為原點，垂直磁場方向為 X 軸，向電磁鐵外為正。
3. 將高斯計置於 X 軸橫向移動，測量磁場的變化。

三、鐵粉顆粒製作

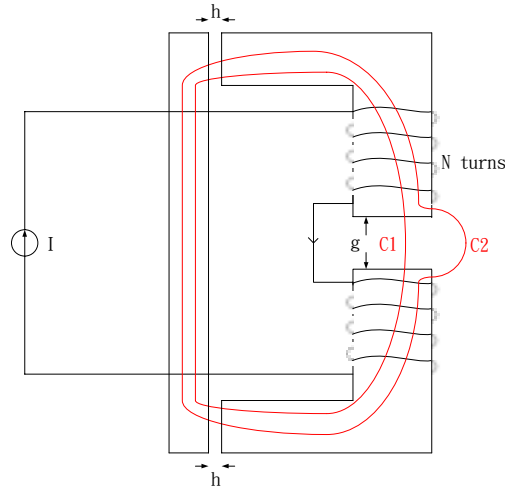
1. 在培養皿 a 中製作磁懸液。置入膠水、磁粉及螢光粉，均勻攪拌。
2. 將此液均勻塗抹於固定面積內。
3. 待水分蒸乾後，再次稱重 W_2 。
4. 扣除水分後的重量為鐵粉顆粒正確的重量。
5. 將整片磁懸物質撕下。
6. 利用游標尺量測其厚度，可得到鐵粉顆粒體積。
7. 按所需切割大小。

四、磁粉在磁場中的運動

1. 在電磁鐵間的縱切吸管中加入煤油。
2. 開啓電源供應器，待其穩定後，將實驗三製成的鐵粉顆粒置入油域中。
3. 在黑暗環境中用黑光燈照明並錄製磁粒在磁場中運動的影像。
4. 使用程式計算出位移與速度、加速度等關係。

捌、實驗結果分析與討論

本研究中，我們設計了「靜磁場環境分佈建立」與「鐵粉受力運動」兩大單元實驗來印證所推導的邊緣磁場(漏磁)與磁力公式(4-13)、(4-20)，前者屬靜態的磁場環境佈局，而後者則是動態的鐵粉受力過程行為紀錄，兩實驗互為因果。



【圖 8-1】考慮絕緣漆厚度 h 之氣隙磁通路徑與邊緣磁通路徑

一、系統參數說明

根據(4-13)式，邊緣磁通密度大小為位置的函數，形式如下：

$$B_f(x) = \frac{k_1}{k_2 + k_3 x}, \quad x \geq \frac{g}{2} \quad (8-1)$$

其中 $k_1 = NI$ ， $k_2 = \frac{l_1}{\mu_c}$ ， $k_3 = \frac{\pi}{\mu_0}$ 。如圖 8-1 所示，在實驗器材架設過程中，我們製作兩具長方體電磁鐵跨置於一塗佈絕緣厚漆(厚度為 h)的鐵板上，其磁路略微增加了 $2h$ 的路徑，而漆的磁導常數與空氣一致，故需將常數 k_2 修正為 $k_2 = \frac{l_1}{\mu_c} + \frac{2h}{\mu_0}$ 。而氣隙磁通密度大小則為一常數：

$$B_{ag}(x) = \frac{k_1}{k_2 + \frac{g}{\mu_0}}, \quad x < \frac{g}{2} \quad (8-2)$$

而在鐵粉的受力運動實驗中，我們以鐵粉拌入螢光粉與膠水來製作鐵粉顆粒，以數位攝影機錄下運動過程，再使用影片擷取軟體定格判讀其位置，依 NTSC(National

Television Systems Committee)標準，每張取樣間隔為 $T = \frac{1}{30}$ 秒。

本實驗之相關參數值詳如下表：

表 8-1 實驗參數表

符號	數值	說明
N	1000 turns	兩電磁鐵之總匝數
I	0.8 A	激磁電流
G	4 mm	氣隙寬度
l_1	562 mm	電磁鐵長度 = 130 mm ，電磁鐵高度 = 38 mm 故 $l_1 = 130 + 130 + g + 38 + 130 + 130\text{ mm}$
H	0.65 mm	漆絕緣厚度
μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\text{ H/m}$	空氣與絕緣漆之磁導常數(cgs 制之 μ_0 值為 1)
μ_c	$4,000\mu_0$	電磁鐵與鐵板之磁導常數
k_1	800	$B(x)$ 函數內常數(MKS 制)
k_2	1146.3	$B(x)$ 函數內常數(MKS 制)
k_3	2500000	$B(x)$ 函數內常數(MKS 制)
M	0.003 g	鐵粉顆粒成分： 鐵粉(0.0006g)+螢光粉(0.00013g)+膠(0.00067g)
V	0.0012 ml	鐵粉顆粒體積
C	1.8803×10^{-4}	磁懸液（煤油）之黏滯摩擦係數
M	1.4931 dyne	磁懸液（煤油）之庫侖摩擦常數
T	$1/30\text{ sec}$	鐵粉顆粒位置 x 之取樣時間

二、「靜磁場環境分佈建立」實驗

我們採用電磁鐵的空氣間隙來產生邊緣磁場，於該邊緣磁場環境分佈中進行鐵粉顆粒的受力與運動實驗。將表 8-1 之實驗參數帶入(8-1)與(8-2)式可算出每一量測點之磁通密度大小得

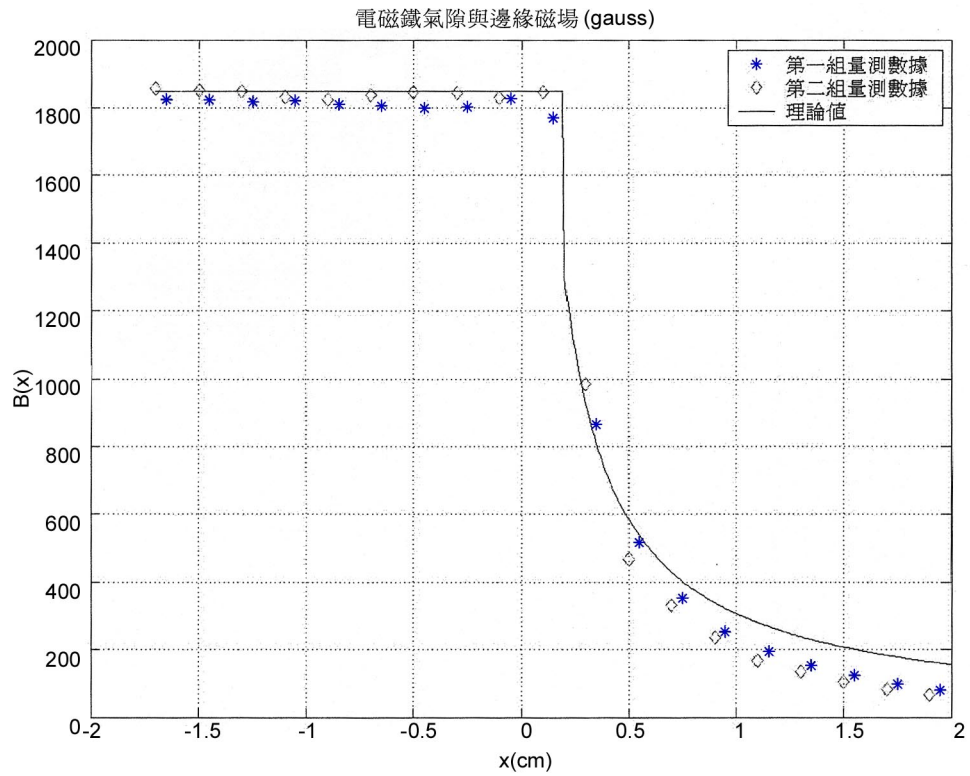
$$B(x) = \begin{cases} 1848 \text{ gauss}, & x < 2 \times 10^{-3} \text{ m} \\ \frac{800 \times 10^4}{1146.3 + 2500000 x} \text{ gauss}, & x \geq 2 \times 10^{-3} \text{ m} \end{cases} \quad (8-3)$$

其中 x 以公分(cm)為運算單位；另一方面，我們使用高斯計(gauss meter)量測氣隙與邊緣磁場之數據如下表：

表 8-2 氣隙磁通密度與邊緣磁通密度之量測值

第一組量測數據		第二組量測數據	
量測點(x)	磁通密度(gauss)	量測點(x)	磁通密度(gauss)
-1.65	1825	-1.7	1856
-1.45	1825	-1.5	1851
-1.25	1820	-1.3	1848
-1.05	1821	-1.1	1833
-0.85	1811	-0.9	1823
-0.65	1805	-0.7	1838
-0.45	1799	-0.5	1846
-0.25	1802	-0.3	1842
-0.05	1827	-0.1	1831
0.15	1769	0.1	1847
0.35	866	0.3	985
0.55	517	0.5	467
0.75	353	0.7	331
0.95	251	0.9	236
1.15	196	1.1	168
1.35	155	1.3	136
1.55	125	1.5	105
1.75	100	1.7	84
1.95	81	1.9	68

圖 8-2 為(8-3)式之 $B(x)$ 曲線與表 8-2 之量測值之比較。



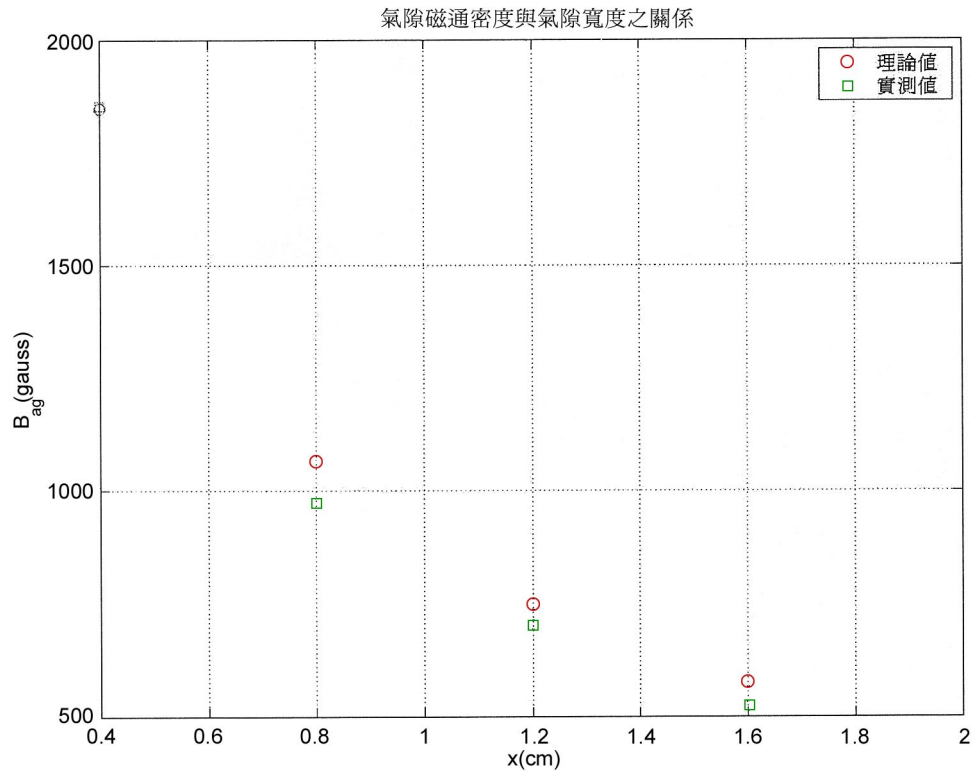
【圖 8-2】 電磁鐵氣隙磁場與邊緣磁場之理論值與量測值之比較

由(8-2)式可知氣隙磁通密度 B_{ag} 大小隨氣隙寬度增加而減少，改變氣隙寬度之量測結果如下表：

表 8-3 磁通密度隨氣隙寬度改變之情形

	$g=4mm$	$g=8mm$	$g=12mm$	$g=16mm$
量測值(gauss)	1853	973	704	522
理論值(gauss)	1848	1065	748	576

圖示如下：



【圖 8-3】 氣隙磁通密度與氣隙寬度關係

三、「鐵粉受力運動」實驗

我們以數位錄影機記錄四筆鐵粉顆粒的受力運動軌跡實驗如表 8-3 所示：

表 8-4 鐵粉顆粒運動軌跡數據

時序 k	第一組數據 $x_k (cm)$	第二組數據 $x_k (cm)$	第三組數據 $x_k (cm)$	第四組數據 $x_k (cm)$
1	0.8	1	1	1.2
2	0.66	0.65	0.86	0.92
3	-2.56	-3.41	-2.29	0.5
4	-2.7	-3.69	-2.43	-3.35
5				-3.63

每組實驗的磁粉顆粒自氣隙外投入，從出發到進入氣隙中($x_k < 0$)的時間分別為 $2T$ 至 $3T$ (T 為 $1/30$ 秒) 不等，而四次量測的磁粉最終（靜止）位置與時間都互有差異，可見本實驗的精密度極難控制，然而我們仍能從其軌跡中看出磁粉的運動模式與我們的預測相近。

首先利用鐵粉進入氣隙之後的運動軌跡推算其在每一點 x_k 處之瞬時速度($v_k = \dot{x}_k$) 與加速度($a_k = \ddot{x}_k$)，進而算出黏滯摩擦係數 c 與庫倫摩擦力常數 M (如表 8-1 所示)，如此便能計算出邊緣磁場 B_f 對鐵粉的施力，如(4-23)式所列

$$F_i(x) = m\dot{v}_i(x) + cv_i(x) + M \operatorname{sgn}(v_i), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (8-4)$$

其中 i 代表第 i 次的量測結果， $v_i(x)$ 為鐵粉於該量測結果中於位置 x 之瞬時速度， $\dot{v}_i(x)$ 為瞬時加速度，而 F_i 為推算之總施力，即對鐵粉之靜磁力。最後將(8-1)式的磁場分佈函數帶入(4-20)式可導出為

$$F_m(x) = -\frac{\nu k_1^2 k_3}{\mu_0 (k_2 + k_3 x)^3} \quad (8-4)$$

圖 8-4 即為四次量得之邊緣磁場力 F_i 與理論值 F_m 之比較，雖頗有誤差，但已足能顯明磁場分佈對鐵粉顆粒的運動行為影響狀況。

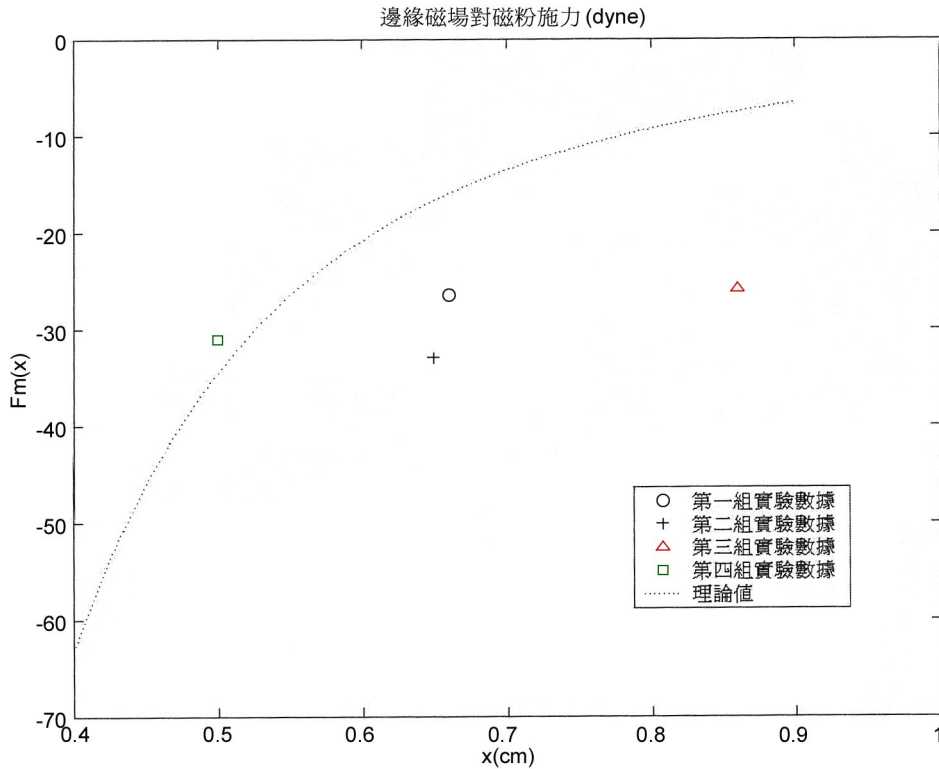


圖 8-4 邊緣磁場對鐵粉施力的理論值與量測結果之比較

四、討論：

由「靜磁場環境分佈建立實驗」與「鐵粉受力運動實驗」兩大單元的實驗數據來看，其定性分析(qualitative analysis)結果符合本研究之論述，亦即，

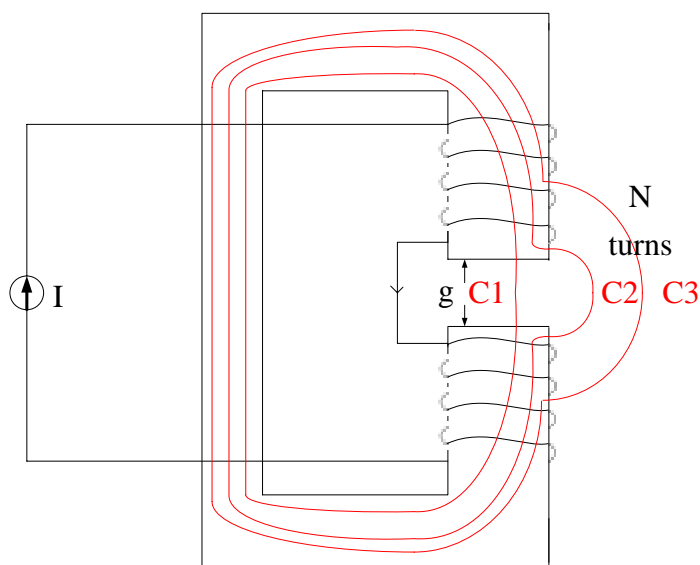
- a. 鐵磁性材料之缺陷所造成的漏磁場強度(邊緣磁通密度)隨著鐵粉顆粒與工件缺陷處之距離減小而增強。
- b. 邊緣磁場分佈所形成的磁通梯度將對其中之鐵粉顆粒產生靜磁力，而將之拖曳進入缺陷之中，此即磁粉探傷之基本原理。
- c. 在磁通密度為固定之缺陷(氣隙)內，靜磁力消失，以致進入其內之鐵粉受磁懸液之黏滯摩擦與庫倫摩擦作用而減速，最終停置於缺陷之內。

定量分析(quantitative analysis)討論分述如下：

1. 「靜磁場環境分佈建立實驗」

本研究依磁場折射原理推導出漏磁場磁力線路徑近似半圓形，進而獲得漏磁場於空氣中之一維分佈公式(4-13)，實驗量測結果與公式相符(圖 8-2)，唯誤差隨著量測點遠離

氣隙而漸增。誤差之主要原因可能來自電磁鐵線圈之纏繞過於靠近氣隙邊緣。當量測點遠離氣隙時，其相對之半圓形磁力線路徑將越過線圈邊緣而造成磁動勢線圈數(N)減少，如下圖所示



【圖 9-1】量測點與磁動勢線圈數(N)之關係

圖 9-1 中之磁力線路徑 $C2$ 之磁動勢線圈數等於電磁鐵線圈總數(N)，而路徑 $C3$ 因跨越部分電磁鐵線圈，造成其磁動勢線圈數小於 N ，故所得之邊緣磁通低於(4-13)式之理論值。

未來應將電磁鐵之繞線限制在相關路徑以外，即可避免此問題。此外，電源供應器之電流穩定性、減少高斯計之人為測量誤差、降低周圍電器用品產生之磁場干擾、提高電磁鐵材之磁導率等方案，皆可使未來實驗更加精準。

2. 「鐵粉受力運動實驗」

本實驗單元難度頗高，其中最大的限制是鐵粉顆粒運動路徑的錄影取樣頻率(30Hz)，此頻率為世界電視系統委員會(NTSC)標準，本為配合人眼之視覺暫留現象所設定的畫面取樣頻率下限，以減輕視訊傳播頻寬負擔。然本實驗之鐵粉顆粒運動行程短截而迅速，拍攝誠屬不易，畫面之解讀亦非容易，故所得之實驗結果無法精準。

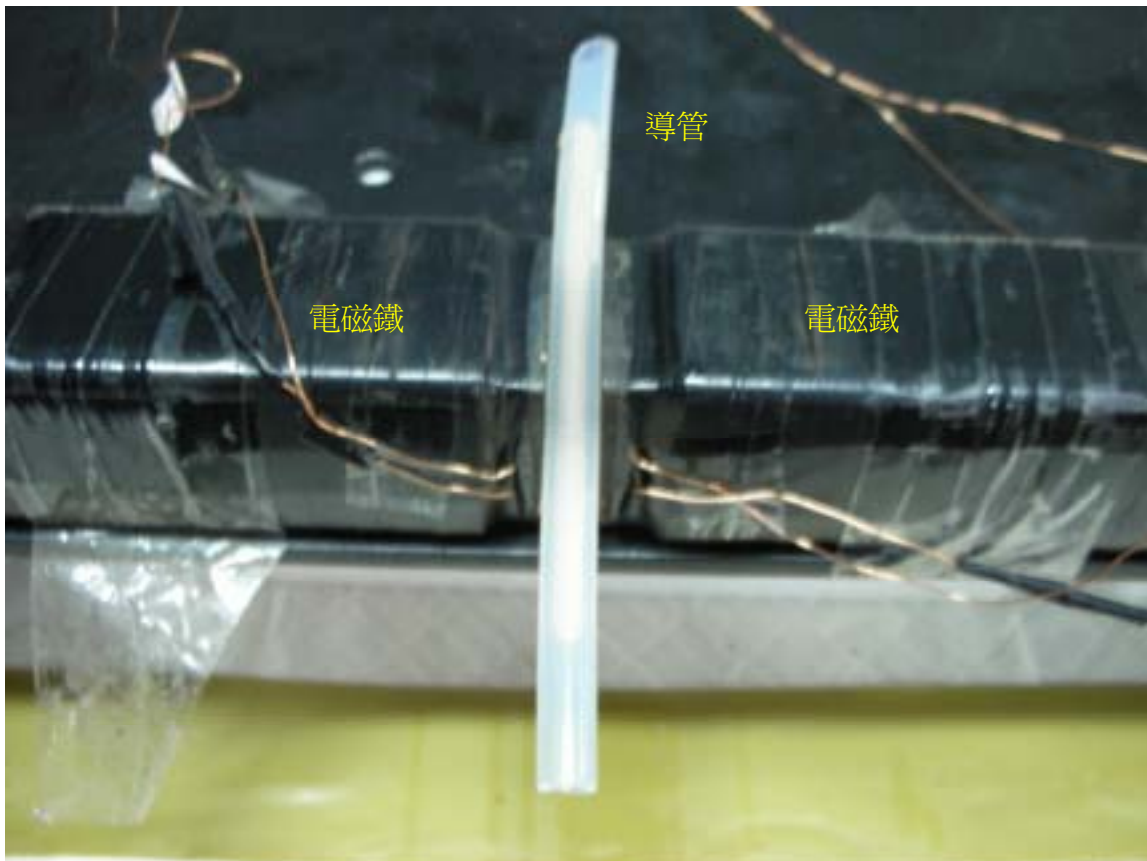
在此取樣頻率之限制下，所量測之靜磁力大小與(4-20)及(8-4)之理論值屬同等量級(order of magnitude)，誤差情形頗大(如圖 8-3)，但鐵粉顆粒的加速、減速最終停置行為與預期相同。欲改善本實驗之誤差情形，未來應加大電磁鐵之激磁電流(I)，以增加鐵粉顆粒之運動行程，並且增加鐵粉顆粒質量，減慢運動速度以利拍攝。

此外，鐵粉顆粒之體積及質量量測需力求精準，製作時應防止鐵粉散佈不均，其形狀以對稱之球狀結構為宜。以上改良方案，應能有效提高實驗數據之準確性，使本研究結果更臻理想。

玖、應用－污水處理

利用磁性物質在磁場中受力聚集的特性，可分離磁懸液體中之磁性物質。將磁懸液導入磁場中，其中磁性物質受磁場吸引，附著磁場邊緣。根據以下實驗步驟，可驗證磁性物質之析出：

- 1.建立漏磁場，在電磁體氣隙中固定透明管，見圖 9-1
- 2.將含磁性物質之液體由上端滴入，液體由下端流出。
- 3.觀察透明管，將發現磁性物質殘餘於電磁鐵氣隙間之管壁上。



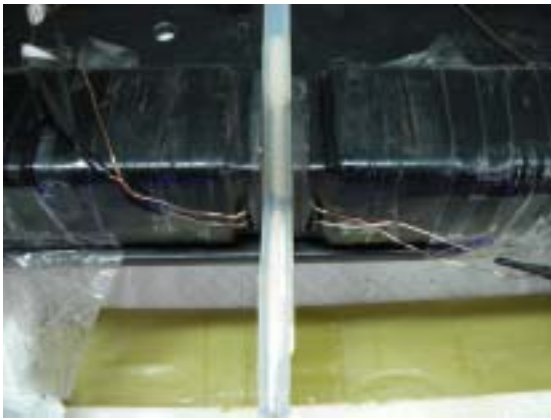
【圖 9-1】漏磁場及導入懸浮液之導管配置



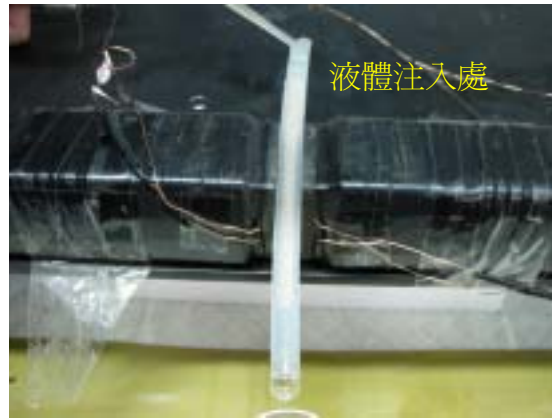
【9-2】透明管

以下為實驗過程及結果前後對照圖：

（磁懸浮液體由漢翔航太航空公司磁粉探傷專用之螢光磁懸液代替）

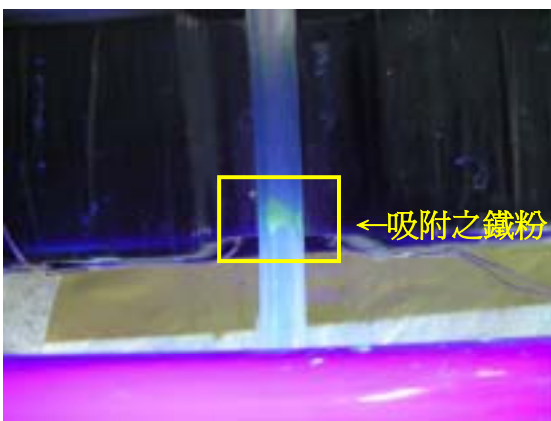


實驗組(電磁鐵通電)

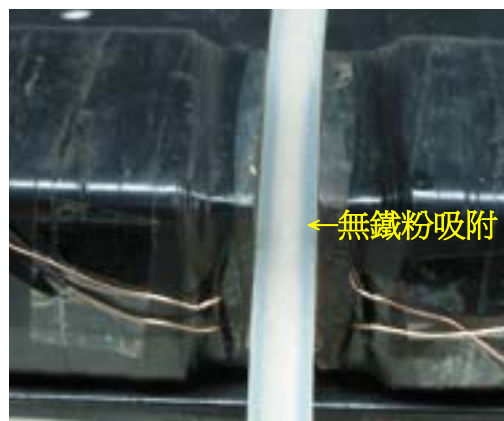


對照組(未通電)

【9-3】加入磁懸液



實驗組



對照組

【9-4】鐵粉吸附之吸附狀況

由上圖可觀察到此液體注入後，鐵粉被吸出，可達到篩選的功效。在工業上，可用以去除工業廢水中之磁性金屬，在電子廢棄物回收處理及環境保護領域應用。

拾、參考資料

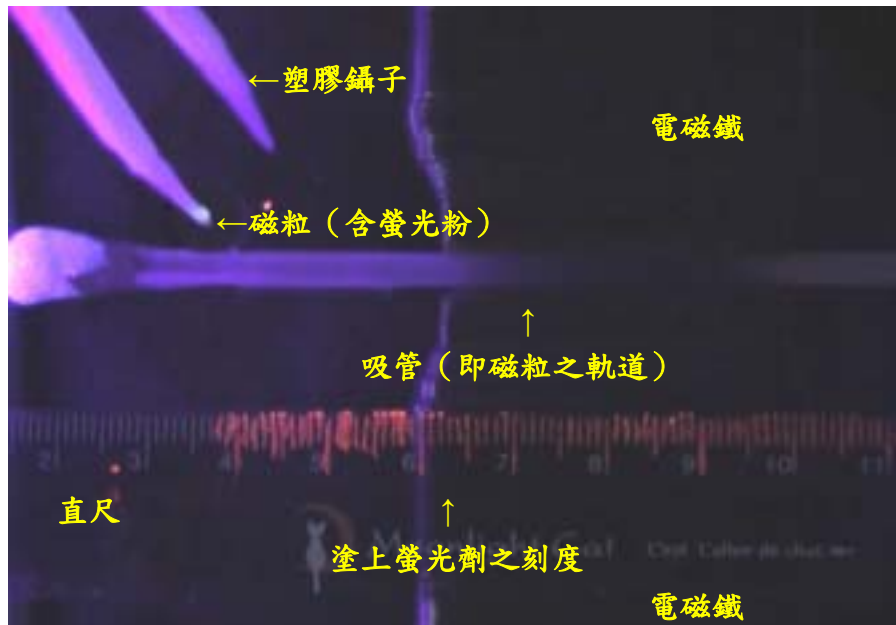
1. 磁粉探傷，兵器工業出版社。
2. 趙凱華、陳熙謀，新概念物理課程——電磁學，高等教育出版社。
3. Clayton R. Paul, Keith W. Whites, and Syed A. Nasar, *Introduction to Electromagnetic Field* (3rd. Ed.), McGraw-Hill, 1998.
4. David K. Cheng, *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*, Addison-Wesley, 1994.
5. A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Jr., and Stephen D. Umans, *Electric Machinery* (6th. Ed.), McGraw-Hill, 2003.

拾壹、附件

磁粒於磁場中運動之實際連續圖

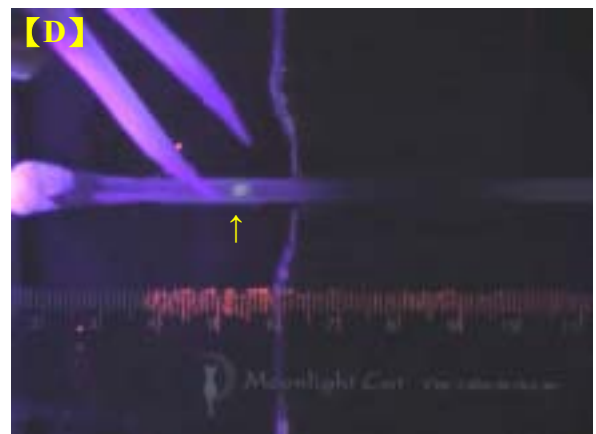
【說明】兩塊電磁鐵與電源供應器形成通路產生磁場。使磁粒附著於塑膠鑷子上，使用塑膠鑷子以防鑷子被此磁場所產生之磁力吸附。尺上之刻度塗有螢光劑以便於觀察。

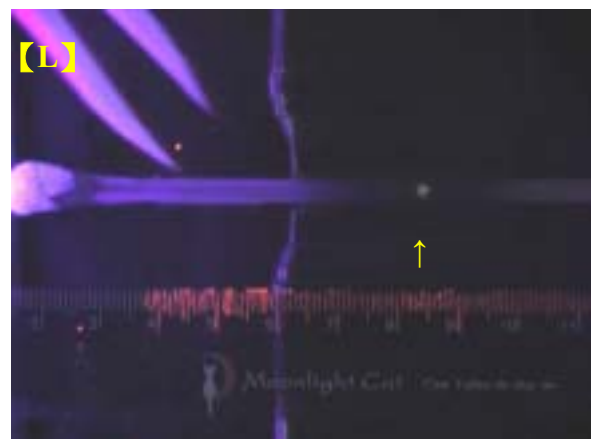
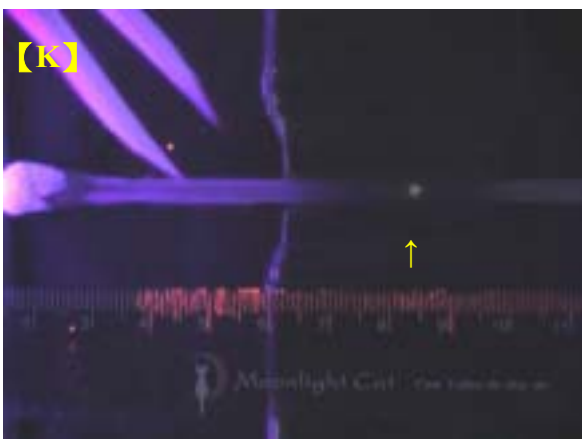
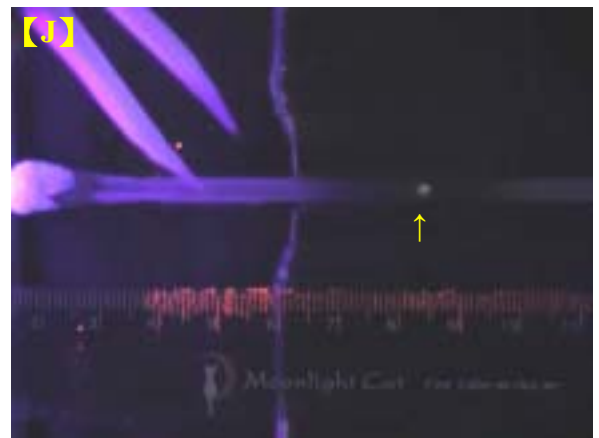
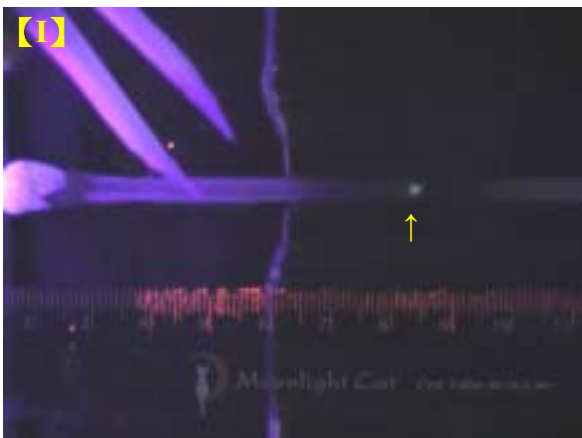
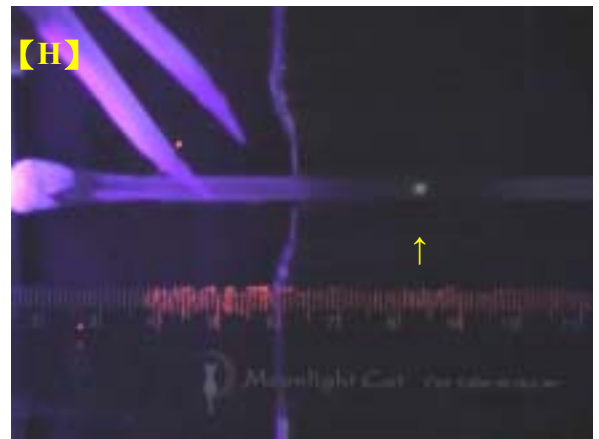
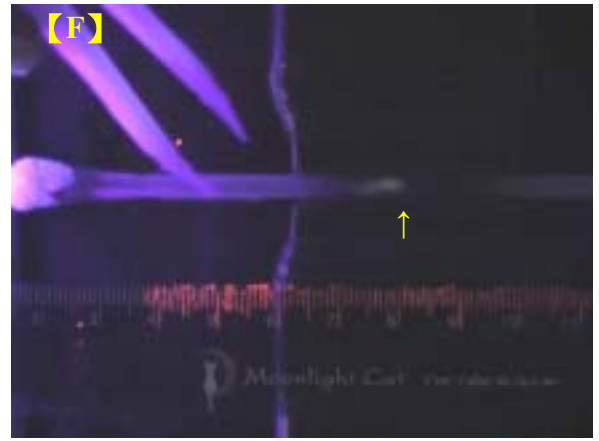
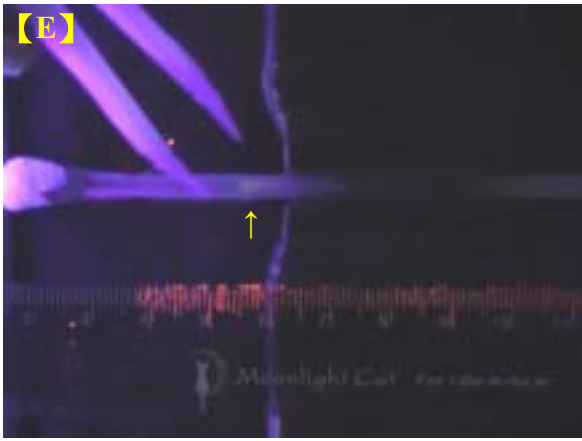
【備註】電源供應器位於圖 11 右側，黑光燈則位於左側。



【圖 11】實驗裝置位置示意圖

※箭頭所指示之亮點即為磁粒，圖依英文字母之順序排列，前後兩張圖間隔三十分之一秒。





評語

本實驗設計相當活潑且頗具創意。參賽者的講解也很認真，物理觀念非常清晰。可惜在探傷的探討上缺乏實驗數據。以後可以在這方面多下工夫。