

2024年臺灣國際科學展覽會 優勝作品專輯

作品編號	160018
參展科別	物理與天文學
作品名稱	使用蓋亞資料庫探討球狀星團中天琴座RR型變星的組成
得獎獎項	三等獎 巴西科學博覽會 MOSTRATEC

就讀學校	國立嘉義高級中學
指導教師	黃冠夫
作者姓名	何承祐

關鍵詞	<u>球狀星團、短周期變星、資料庫</u>
-----	-----------------------

作者簡介



我是嘉義高中第十二屆科學班何承祐。從國中我就對物理抱持著濃厚的興趣，也會用課餘時間自學有趣的物理知識。憑藉程式設計的經驗，在黃冠夫老師的指導下，終於完成了這個天文物理的研究。感謝一路上師長的指導，讓我在準備與參加台灣國際科展的過程中獲益良多，不但學習到如何從零開始做研究，更從修正錯誤的過程中成長了許多。

摘要

球狀星團是星體分布緊密、金屬豐度低的星團。天琴座 RR 型變星經常出現在球狀星團中，且在恆星演化上有重要意義。儘管目前對此類型變星的其週期、亮度等研究十分完備，分析其組成比例的研究仍略為缺乏。使用 GAIA DR3 資料庫，首先根據目標星團周圍星體數量繪製熱點圖，求出星團視半徑後，分析二十個球狀星團的天琴座 RR 型變星組成百萬分率，發現影響的主要參數依序為星團年齡、星團半徑與金屬豐度，並分別提出假說解釋其原理。透過調整三個參數的係數，定義出能代表三者或其中二者共同影響的參數，使變星組成比例成為輔助判斷星團相關參數的依據。另外討論偏離主要趨勢星團的原因，且亦探討以熱點圖概念求出的視半徑和文獻之出入之處。

Abstract

Globular clusters are dense, low-metallicity star clusters. These objects are home to most RR Lyrae Variables, which are important in determining the evolution of star clusters. Although considerable research has been devoted discussing their period and luminosities, the composition of RR Lyrae stars within globular clusters remains an area of investigation. Using the GAIA Data Release 3 database, a heatmap of the surrounding stars of the target cluster is first depicted, which the apparent dimensions of the cluster and an estimated number of observed stars in the cluster is inferred. Then, the composition of RR Lyrae stars in 20 globular clusters are analyzed. It is concluded that three factors play an essential role in deciding the ratio of RR Lyrae Variables to the number of stars in the home cluster, which are the cluster age, cluster radii and metallicity, listed in order of descending impact. Various hypotheses concerning the mechanism of these parameters are proposed. Quantities combining the effect of the three parameters are defined, enabling the RR Lyrae composition to help determine properties of the star clusters. The special cases that deviate from the main trend are discussed. The differences of the apparent magnitude obtained with the concept of heatmaps and that from the references are also analyzed.

壹、前言

一、研究動機

星團由眾多恆星聚集形成，可大致區分為球狀星團 (Globular Clusters, GCs) 與疏散星團 (Open Clusters)。相較於後者，球狀星團恆星分布較為緊密、金屬豐度 (metallicity) 較低且多位在銀河系的銀暈中。由於球狀星團在銀河系生成初期便誕生，其十分接近宇宙年齡。因此，透過研究球狀星團，我們能夠對恆星的演化窺知一二。Gratton 等人¹指出，星團質量是影響其演化的首要因素，金屬豐度次之。然而，因其化學演化錯綜複雜，加上諸如核合成 (nucleosynthesis)、質量蒸發 (mass-loss) 等現象並未被完全了解，至今對於球狀星團的形成依然存在許多謎團。

變星是星等隨時間變化的恆星。其中，天琴座 RR 型變星 (RR Lyrae Variables, RRLs) 經常出現在球狀星團中²，在星團演化的研究上有舉足輕重的地位。在赫羅圖 (Hertzsprung-Russell diagram, HRD) 上，其位於不穩定帶 (instability strip)，質量約為 1~2 倍太陽質量。在 RRL 的分類上，以亮度曲線³與平均週期⁴為依據者已被充足地研究，而後者又已知和金屬豐度與質量有一定關聯⁵。

不過，受限於觀測技術，過去透過儀器能觀察到的變星數量有限，而此對星團內變星的組成比例相關的研究較為匱乏，亦缺少以此為標準的分類模式。蓋亞任務 (GAIA) 是歐洲太空總署 (ESA) 的太空望遠鏡。於 2022 年六月，ESA 公開第三期觀測資料 (Data Release 3) 資料，其包含了超過 18 億顆星體的資料，超越了先前的數個巡天調查 (Star Survey)。因此，使用此資料庫，計算球狀星團的星體數量，分析星團中變星的組成，能夠找出組成比例和星團參數的關聯性，進而凸顯變星組成的重要性。

¹ Gratton, R., Bragaglia, A., Carretta, E., D'Orazi, V., Lucatello, S., Sollima, A. (2019). "What is a Globular Cluster? An Observational Perspective."

² Clement, C. M., Muzzin, A., Dufton, Q., Ponnampalam, T., Wang, J., Burford, J., Richardson, A., Rosebery, T., Rowe, J., & Hogg, H. S. (2001). "VARIABLE STARS IN GALACTIC GLOBULAR CLUSTERS." Accepted July 30, 2001.

³ S. I Bailey 分類法

⁴ Oosterhoff 二分法 (Oosterhoff Dichotomy)

⁵ Stobie, R. (1971) "ON THE DIFFERENCE BETWEEN THE OOSTERHOFF TYPES I AND II GLOBULAR CLUSTERS"

二、研究目的

(一) 從 GAIA 資料庫擷取球狀星團中的變星

1. 使用熱點圖輔助找出星團視大小
2. 分析星團內觀測到的恆星數
3. 搜尋目標星團區域的恆星，繪製星色星等圖 (Color Magnitude Diagram, CMD)
4. 搜尋目標範圍內的變星
5. 使用等年齡線 (Isochrone) 擬合，篩選成員變星

(二) 探討變星組成與星團相關參數的關係

1. 計算天琴座 RR 型變星於星團中的組成百萬分率 (RRppm)
2. 探討組成比例與星團質量、金屬豐度、半徑、年齡等的關係

貳、研究設備及器材

一、資料庫

(一) 梅西耶天體列表 (Messier Catalogue)：列表內容包括

1. 星團名稱
2. 分類 (球狀星團或疏散星團)
3. 視大小 (Apparent Dimensions)
4. 赤經 (Right Ascension, ra) 與赤緯 (Declination, dec)⁶
5. 星團質量，以太陽質量 ($M_{\odot}$) 為單位⁷
6. 星團半徑，以光年 (ly) 為單位

⁶ Goldsbury, Ryan; et al. (December 2010). The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. X. New Determinations of Centers for 65 Clusters". The Astronomical Journal. 140 (6): 1830–1837

⁷ Boyles, J.; et al. (November 2011). "Young Radio Pulsars in Galactic Globular Clusters". The Astrophysical Journal. 742 (1): 51.

7. 星團金屬豐度 $[Fe/H]$ ，以 dex 為單位⁸
8. 星團估計年齡，以十億年 (Gyr) 為單位⁹

(二) 蓋亞任務第三期觀測資料 (GAIA Data Release 3)

蓋亞探測器上裝載的光度儀器 (photometric instruments) 有偵測波長範圍 330~680 奈米的藍光度計 (blue photometer, BP) 與偵測波長範圍 640~1050 奈米的紅光度計 (red photometer, RP)。兩者皆是低分辨率熔融石英稜鏡 (low-resolution fused-silica prisms)。透過分析其觀測結果，即可間接得知目標物的溫度、金屬豐度、紅化等¹⁰。

本研究使用的 GAIA DR3 表格 (table) 為：

1. `gaia_source`：含有所有星體的編號 (`source_id`)、赤經、赤緯、觀測 BP、RP 平均值等資料。
2. `vari_summary`：含有所有變星的編號、平均星等、觀測時間等。若此表格有目標恆星的編號，即標記此星為變星。
3. `vari_classifier_result`：含有 `source_id`、`best_class_name`、`best_class_score` 等欄。GAIA 將變星區分為 24 類。各類別的說明在 `vari_classifier_definition` 表格中，表（一）是此表格所列的類別說明。「`best_class_score`」是一個介於 0 和 1 經標準化後的信心分數，數值越高代表信心越高。
4. `vari_classifier_definition`：變星分類的詳細說明，如下表。

⁸ Koleva, M.; et al. (April 2008). "Spectroscopic ages and metallicities of stellar populations: validation of full spectrum fitting". *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 385 (4): 1998–2010.

⁹ Marín-Franch, Antonio; Aparicio, Antonio; Piotto, Giampaolo; Rosenberg, Alfred; Chaboyer, Brian; Sarajedini, Ata; Siegel, Michael; Anderson, Jay; Bedin, Luigi R.; Dotter, Aaron; Hempel, Maren; King, Ivan; Majewski, Steven; Milone, Antonino P.; Paust, Nathaniel; Reid, I. Neill (2009). "The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. VII. Relative Ages". *The Astrophysical Journal*. 694 (2): 1498.

¹⁰ T. Prusti et al. (2016). "The Gaia mission". *Astronomy & Astrophysics*, 595, 36.

表 1：變星分類與說明

變星分類	說明
AGN	Active Galactic Nuclei (including Quasars).
DSCT GDOR SXPHE	Set of variable types: delta Scuti, gamma Doradus, and SX Phoenicis.
WD	White Dwarf variable stars of types: ZZ Ceti (DAV, ZZA), V777 Herculis (DBV, ZZB), and GW Virginis (DOV, ZZO).
LPV	Long Period Variable stars of types: omicron Ceti (Mira), OGLE Small Amplitude Red Giants, and semiregular.
ACV CP MCP ROAM ROAP SXARI	Set of variable types: alpha2 Canum Venaticorum, (Magnetic) Chemical Peculiar star, Rapidly Oscillating Am/Ap star, and SX Arietis variable.
S	Set of stars with short timescale variability.
MICROLENSING	Star with microlensing event.
CEP	Cepheid variable types: delta Cepheid, anomalous Cepheid, and type-II Cepheid.
YSO	Young Stellar Object.
RS	RS Canum Venaticorum type variable.
ACYG	Alpha Cygni-type variable.
BCEP	Beta Cephei type variable.
BE GCAS SDOR WR	Subset of eruptive variable types: B-type emission line star, Gamma Cassiopeiae, S Doradus, and Wolf-Rayet.
SN	Supernovae.
SPB	Slowly Pulsating B-star variable.
ECL	Eclipsing Binaries of types: Beta Persei (Algol), Beta Lyrae, and W Ursae Majoris.
ELL	Ellipsoidal variable.
SYST	Symbiotic variable star.
SOLAR_LIKE	Stars with solar-like variability due to flares, spots, and rotational modulation.
CV	Cataclysmic variable.
SDB	Sub-dwarf B stars of types: V1093 Her and V361 Hya.
RR	RR Lyrae stars of the following types: fundamental-mode, first-overtone, double mode, and anomalous double mode.
EP	Star with exoplanet transits.
RCB	R Coronae Borealis type variable.

二、電腦軟體與函式庫

(一) Python 程式，使用的函式庫 (libraries) 包含：

1. isochrones.mist：等年齡線數據點
2. matplotlib.pyplot、seaborn：繪製散狀圖
3. astroquery.gaia：以 SQL 指令擷取 GAIA DR3 資料庫的數據
4. scipy.stats：計算迴歸直線與最佳擬合
5. openpyxl：從 Excel 試算表匯入資料

(二) Excel 試算表

(三) Visual Studio Code v1.82

(四) Google Collab

參、研究過程及方法

一、從 GAIA 資料庫擷取球狀星團中的變星

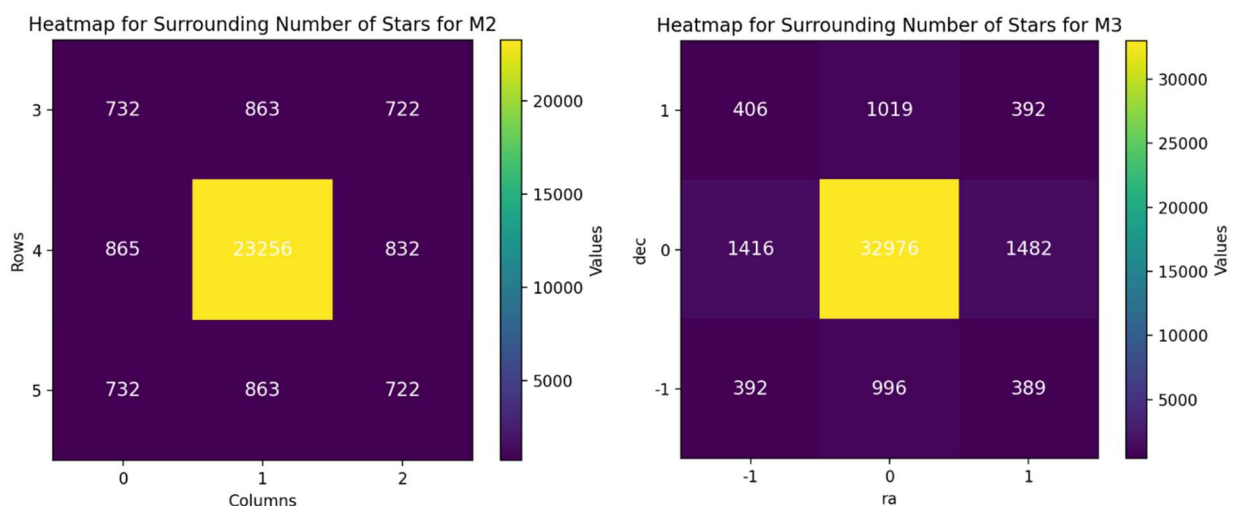
(一) 使用熱點圖輔助找出星團視大小

為分析某種變星在星團中的組成比例，必須以總星數為分母。然而，GAIA 觀測到的星體數量必然比文獻估計的星團總星數少，使得觀測到的變星也並非該星團所有的變星。為了得出總星數，必須將觀測到的星體數減去前景星與背景星的數量。以下將不直接引用文獻的視大小數值，而以熱點圖輔助找出最適合的星團大小。

為說明如此分析的重要性，首先以該星團赤經、赤緯搜尋範圍為中心，以文獻的視大小為正方形搜索範圍的邊長，在其外圍選取八個相鄰的等面積區域，即將目標星團附近分割為九個正方形區域。

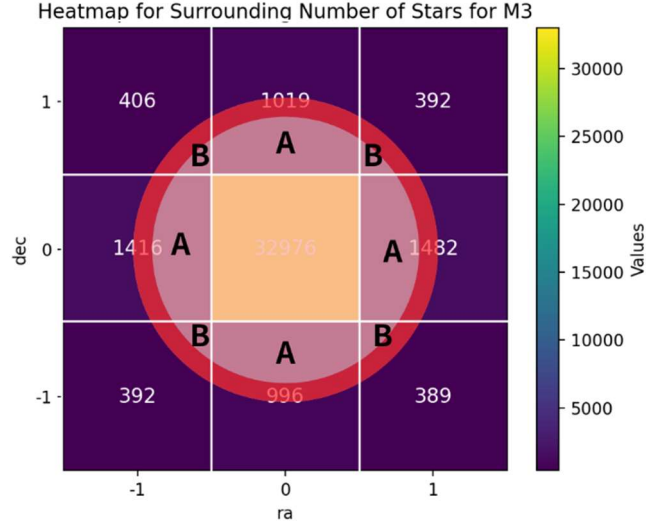
這九個區域的星體數量可以熱點圖呈現，在一個三行三列的九宮格中，每一格塗上其區域內星體數所對應的顏色。最中間的格子含有目標星團，因此星體數量最多。然而，部分熱點圖有上、下、左、右四格的星體數略多於左上、右上、左下、右下的星體數的現象，如 M2 與 M3 星團。

圖 1：以文獻視半徑繪製的 M2 與 M3 星團周圍星體數熱點圖



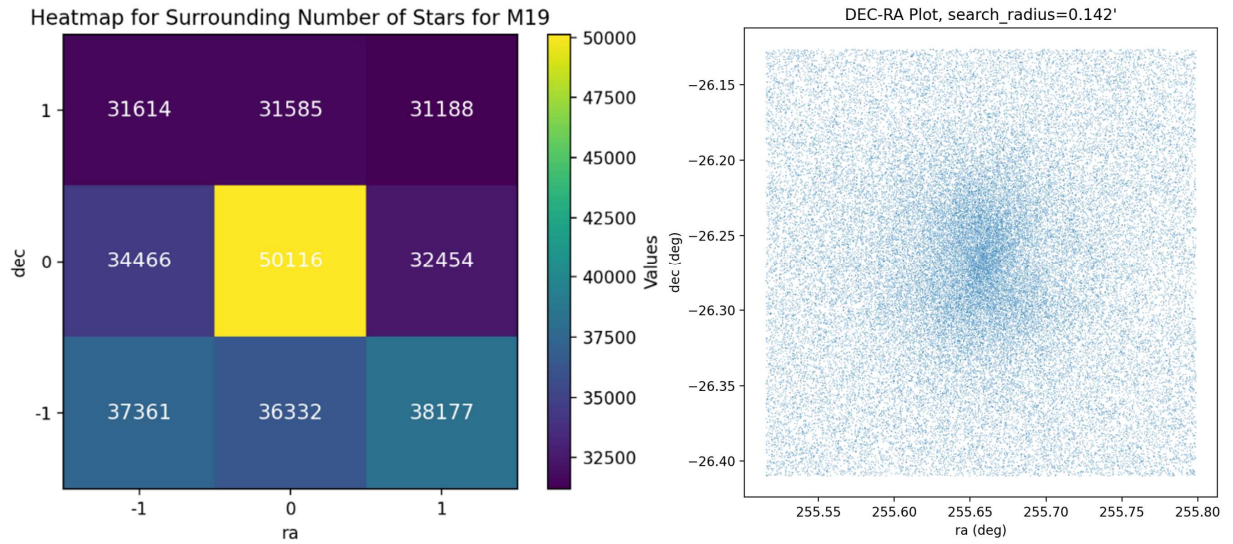
究其所由，猜測對部分星團而言，文獻給出的視大小小於蓋亞任務能觀察到的視大小。以 M3 星團為例繪製示意圖，紅色圓圈是該星團可能的範圍，略大於中央方格的大小。此圓圈內的星體分布較周圍緊密，而中上、中下、左中、右中四格所切割到的面積 A 較大，左上、右上、左下、右下四格切割到的面積 B 較小，產生所觀察到的現象。

圖 2：視大小小於星團實際大小示意圖。其中 A 面積小於 B 面積



另外，有些星團熱點圖的周圍八格星體數量不均勻，甚至十分接近中央方格的星體數量，如 M9 與 M19 星團，推測是文獻的視大小大於實際視大小的原因。這點可由 M19 的赤緯-赤經圖看出。

圖 3：以文獻視半徑繪製的 M19 星團周圍星體數熱點圖與赤緯-赤經圖



由上可知，直接以文獻的視大小進行分析不妥當。透過調整搜索視大小，找出能使九宮格中周圍八個方格內的星體數量大致相同的最小範圍，即可求出最適合的視大小。對於每一個熱點圖，將這八個方格各格的星體數量除以八格的和後，計算這八個數字之標準差。以 M2 為例，將標準差與搜索視大小作圖後，可發現標準差在視大小為 20 角分之後便不再明顯下降，而趨於穩定。文獻給出的視大小為 16 角分，由於範圍過小，導致了熱點圖中，上、下、左、右四格的星體數略多於左上、右上、左下、右下的星體數。由此可推斷使用熱點圖的概念，計算標準差，所得出的 20 角分為較合理的數值。

以 2 角分為間距分析後，挑選一個最適當的 4 角分區間，再以 15 角秒為間距計算標準差並繪製標準差-視大小折線圖，判斷該星團的視大小。M2 星團經過進一步分析得出視大小為 20.75 角分。對於其他星團亦以相同的方式求出視大小。

（二）分析星團內觀測到的恆星數

得到各星團的視大小後，即可計算星團成員星數量。以該星團赤經、赤緯搜尋範圍為中心，用熱點圖輔助得出的視大小為正方形搜索範圍邊長的一半，在其外圍選取八個等面積的區域，並以這些區域的星體數量的平均作為背景星與前景星的數量，以下稱之「環境平均星體數」。將目標星團區域觀測到的星體數扣除此數值，即可得到合理的成員星數量估計。以 M2 星團為例，用上述方法計算，則

$$\text{環境平均星體數} = \frac{1222 + 1268 + 1180 + 1260 + 1216 + 1177 + 1300 + 1184}{8} \\ \approx 1226 \text{ (四捨五入)}$$

而成員星體數則為

$$\text{成員星體數} = \text{中央方格星體數} - \text{環境平均星體數} = 24138 - 1226 = \mathbf{22912}$$

其他星團的成員星體數可以類似的方法得出。

圖 4：M2 星團熱點圖周圍八格星體數標準差與搜索視大小的關係

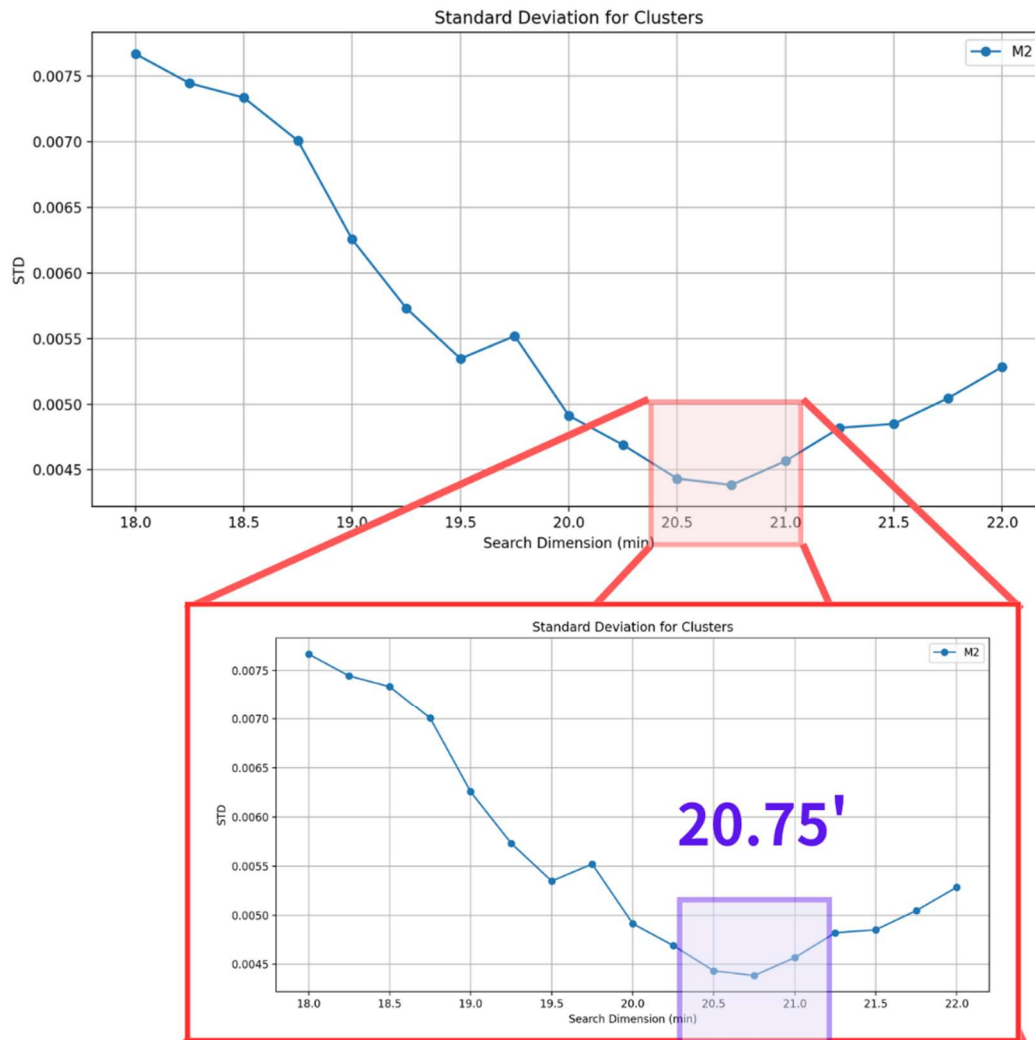
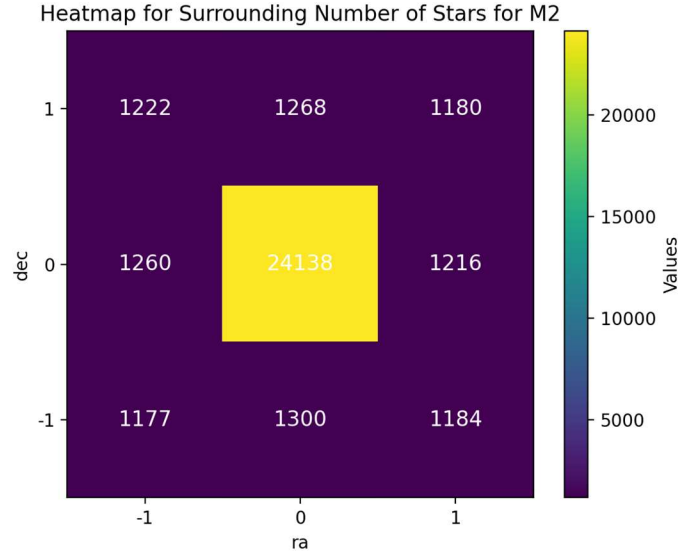


圖 5：M2 星團經適當選取視大小的熱點圖



(三) 搜尋目標星團區域的恆星，繪製星色星等圖

選定目標星團後，以赤經、赤緯作為搜索依據，擷取範圍內星體的編號與光度觀測值。得到目標區域的星體後，繪製星色星等圖。計算每一顆恆星的 **b-r** 數值

$$(b - r) = BP - RP$$

並以 Casagrande 等人¹¹提出的轉換公式

$$T_{eff} = 10^{3.939 - 0.395 \times (b-r)}$$

得出有效溫度 (effective temperature) 後，以 RP 為縱軸， T_{eff} 為橫軸繪製星色星等圖。另在其右繪製以赤緯為縱軸、赤經為橫軸的散狀圖 (DEC-RA Plot)，輔助確認搜尋範圍。以下以 M2 與 M68 星團為例展示星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖。

¹¹ Casagrande, L., Ramírez, I., Meléndez, J., Bessell, M., & Asplund, M. (2018). "An absolutely calibrated Teff scale from the Infrared Flux Method: Dwarfs and subgiants."

圖 6：M2 球狀星團星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖

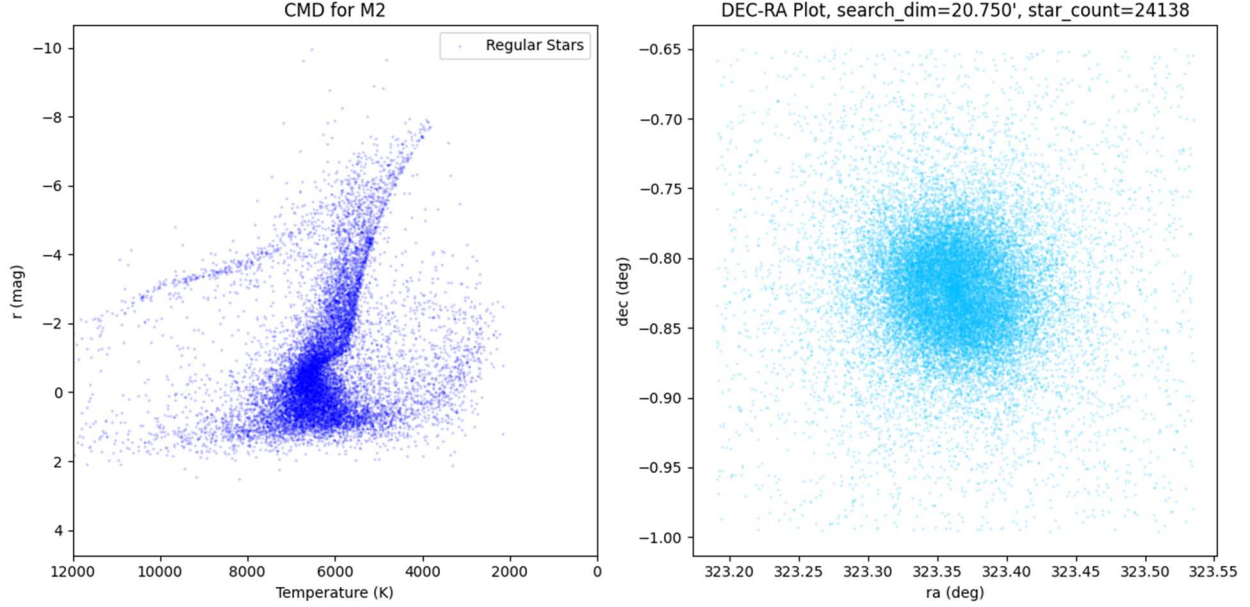
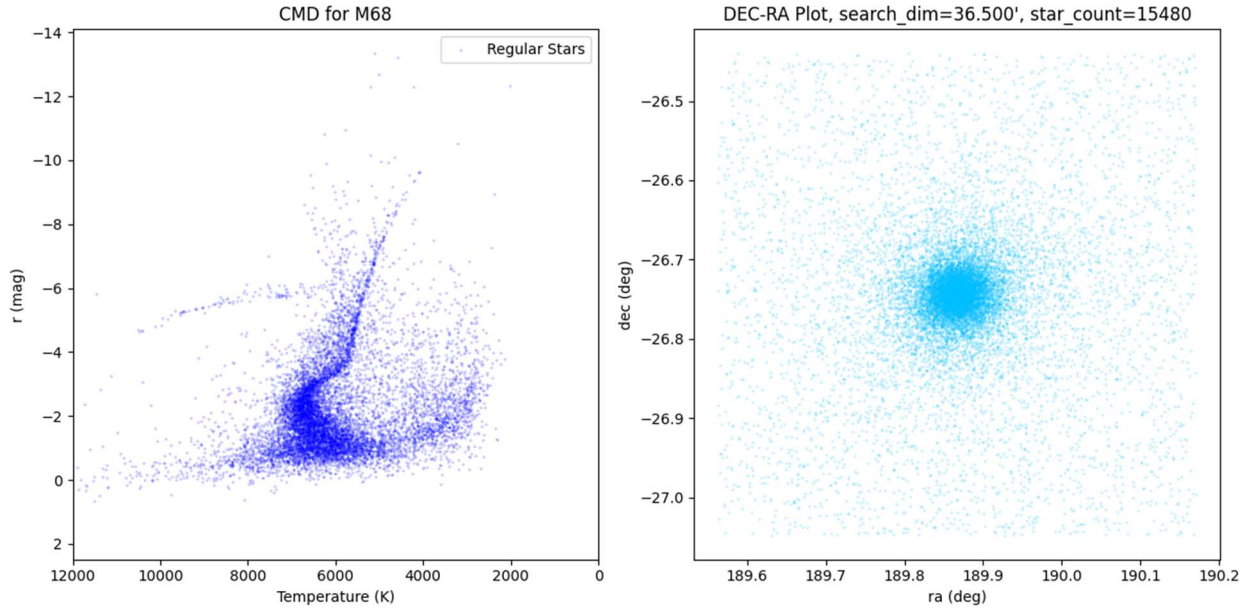


圖 7：M68 球狀星團星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖



(四) 搜尋目標範圍內的變星

在 `vari_summary` 表格中搜索目標範圍內的星體編號亦在該表格內者，即可找出範圍內的變星。進一步由資料庫得到變星的光度計數值、赤經與赤緯後，將其編號存在陣列 `matching_ids` 中，並在星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖上標示變星。紅點

代表天琴座 RR 型變星，藍紫色為其他種類的變星，其分類標示於點旁。由於食雙星 (Eclipsing Binary, GAIA 分類名稱為 ECL) 非因內在因素亮度週期變化的單一類變星，不在赤緯-赤經散狀圖上標示。

圖 8：M2 球狀星團標記變星的星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖

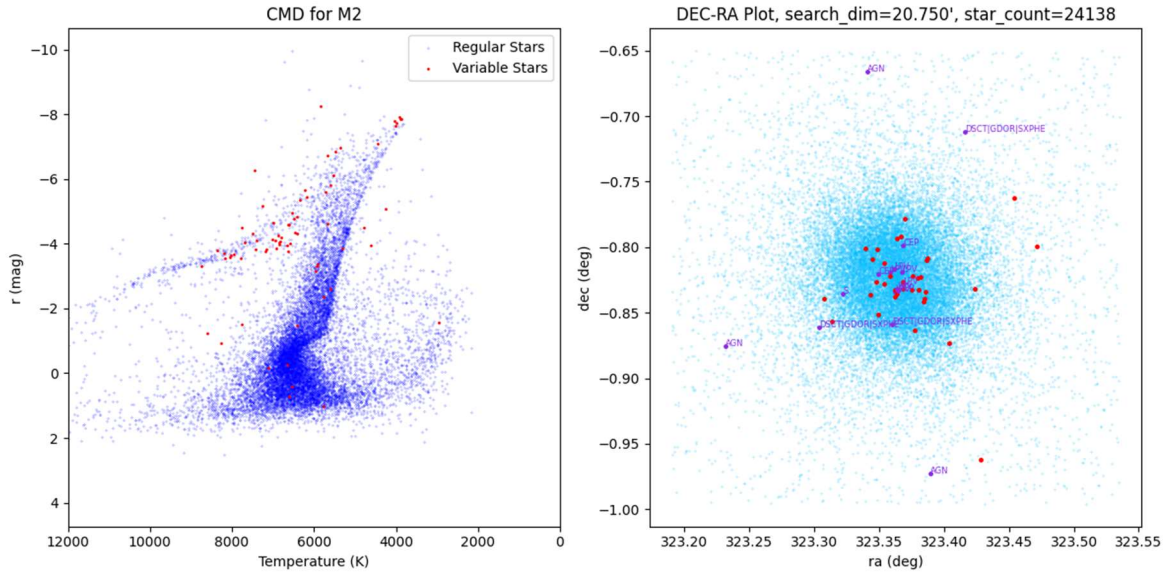
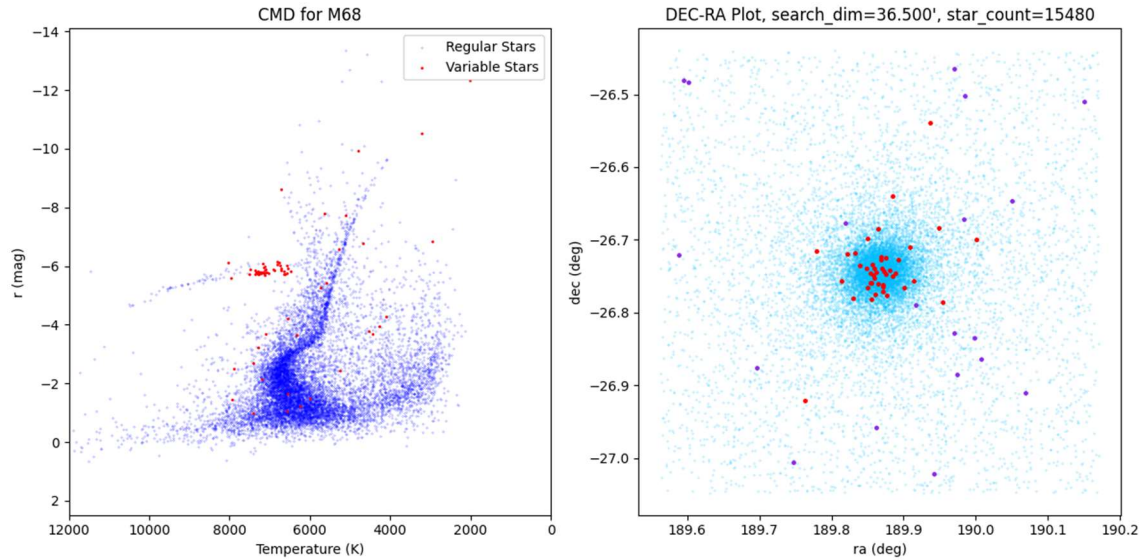


圖 9：M68 球狀星團標記變星的星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖



(五) 使用等年齡線 (Isochrone) 擬合，篩選成員變星

使用 Isochrone 函式庫在星色星等圖上疊加等年齡線。雖然函式庫缺少比 10 Gyr 更老的數據，但本研究所探討的星團皆十分接近此年齡，故以此為年齡的參數。給定金屬豐度的數值後，擷取在一給定範圍內的等年齡星數據點的對數溫度 $\log T$ 與對數亮度 $\log L$ 數值。此亮度 L 為與太陽亮度的比值，因此可透過

$$M = -2.5 \log L$$

求出對應的星等，並繪製在星色星等圖上。

由於函式庫的數據點過多，每隔一定的星等值 (即 y 軸) 適當挑選數據點，使最終有 5000 個等年齡線參考點。考慮紅化 (reddening)、都普勒效應等，將等年齡線適當地平移，使之盡量和 GAIA 數據點吻合。

圖 10：M2 球狀星團以等年齡線疊圖後星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖

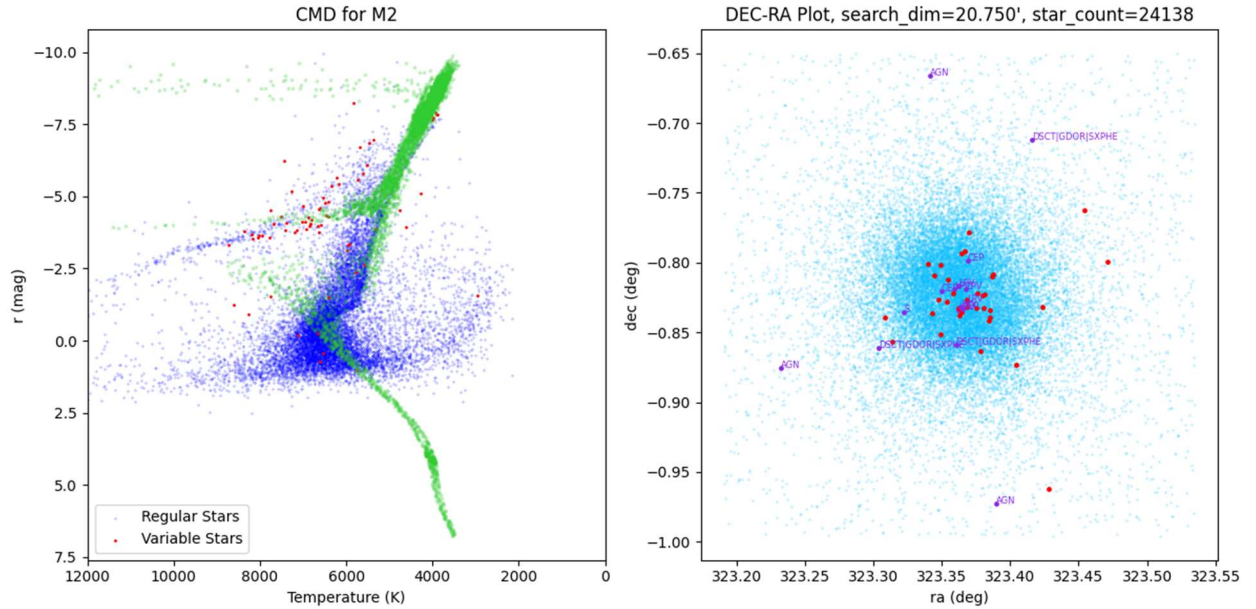
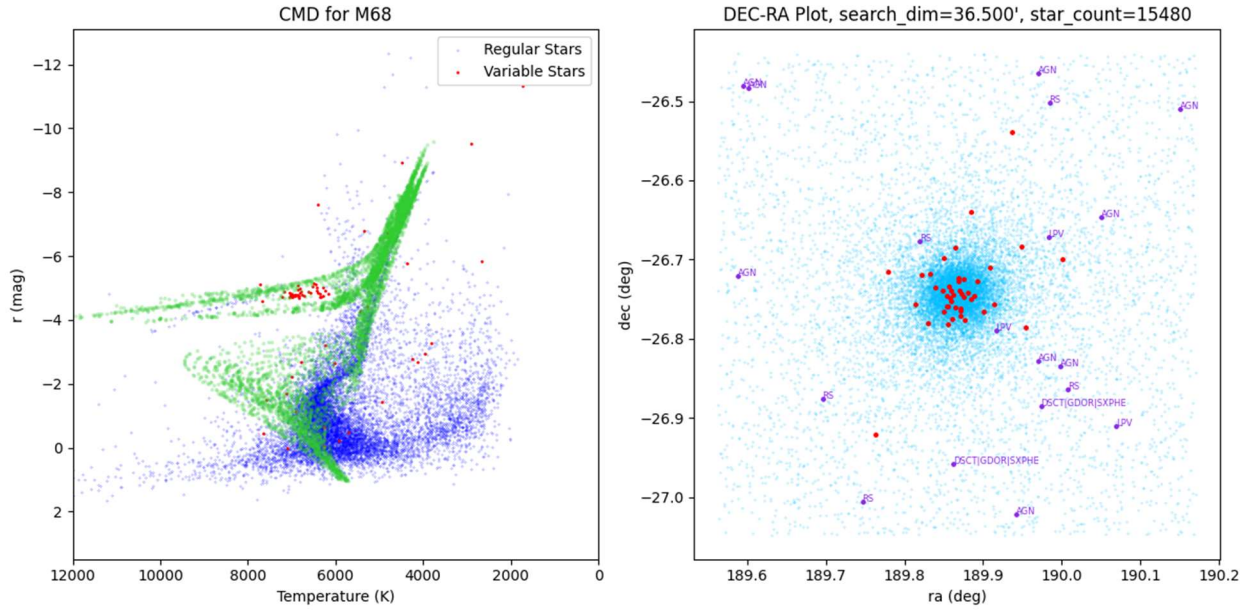


圖 11：M68 球狀星團以等年齡線疊圖後星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖



接著，使用等年齡線篩選成員變星。考慮變星在星團中多位於主序帶 (main sequence) 左方的不穩定帶，對於每一顆變星，選取所有 x 座標 (有效溫度) 與 y 座標 (星等) 在一定範圍內的等年齡線數據點，符合以下條件之一的變星將被淘汰：

1. 在 CMD 中，該變星下方沒有等年齡線數據點。此條件可以刪去溫度過低而位在 CMD 右下方的變星。
2. 在 CMD 中，該變星右方沒有等年齡線數據點。此條件可以刪去溫度過低而位在 CMD 右下方的變星。

由於在後續的研究過程中，鮮少見到位於 CMD 左下方或左上方的變星，這兩個篩選條件已十分充足。刪去非成員星的變星後，在 vari_classifier_result 表格搜索其分類。搜尋完畢，將各變星的編號、分類與信心分數儲存至 Excel 試算表。

圖 12：M2 球狀星團篩選變星後的星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖 (剔除 14 變星)

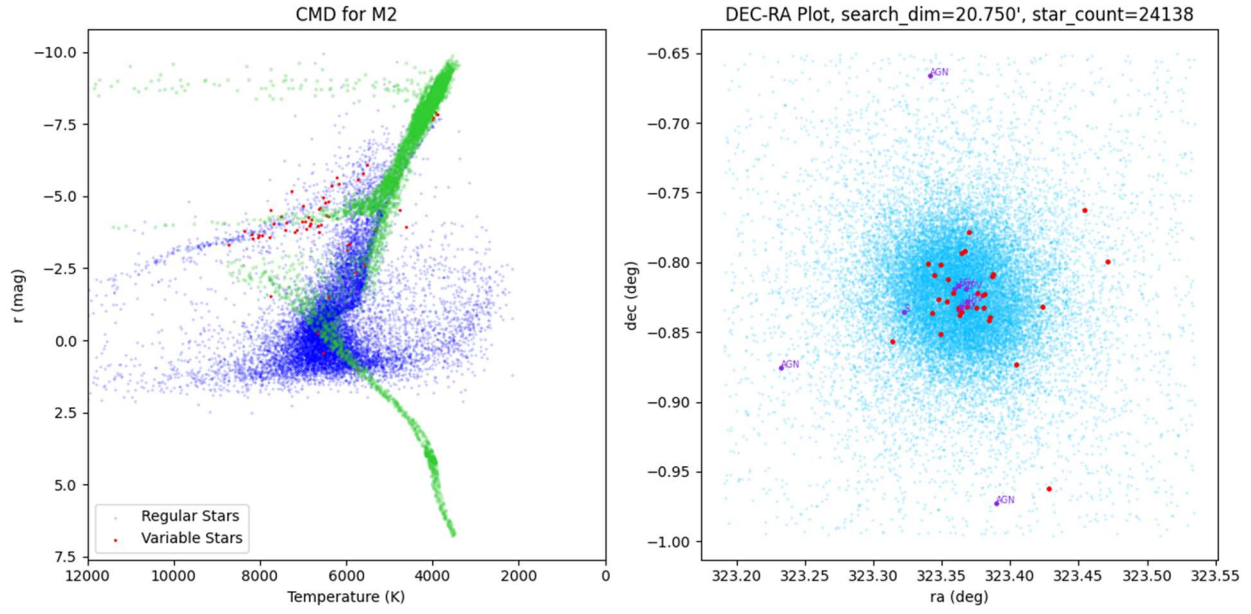
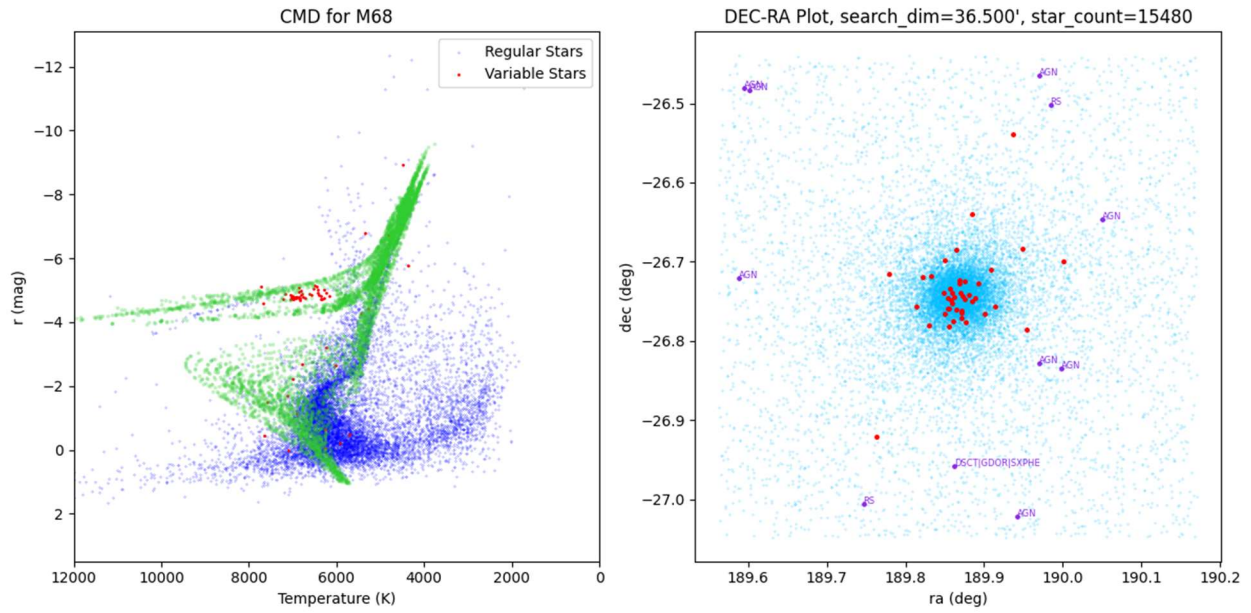


圖 13：M68 球狀星團篩選變星後的星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖 (剔除 13 變星)



二、探討變星組成與星團相關參數的關係

(一) 計算各類型變星於星團中的組成

以百萬分率 (ppm) 代表天琴座 RR 型變星在該星團中的組成比例，以 RRppm 表示，即

$$\text{RRppm} = \frac{\text{RR 變星數量}}{\text{成員星數量}}$$

其中分母已在前一部分算出，分子則由 Excel 表格統計計算。

(二) 探討組成比例與星團質量、金屬豐度、半徑、年齡等的關係

以變星百萬分率為縱軸，球狀星團的各種參數為橫軸做散狀圖，觀察各變數之間的關係。納入考量的星團參數有：

1. 星團質量 (Mass)，以太陽質量 ($M_{\odot}$) 為單位
2. 星團金屬豐度 [Fe/H]，以 dex 為單位
3. 星團半徑，以光年 (ly) 為單位
4. 星團估計年齡 (Age)，以十億年 (Gyr) 為單位
5. 視星等 (Apparent Magnitude)
6. 赤經 (Right Ascension) 與赤緯 (Declination)

除了單純用其中一個變數做為橫軸外，根據參考資料，星團演化主要和質量與金屬豐度有關。因此，亦使用 Python，依 [Fe/H] 的數值將各點塗上漸層顏色，如此便可同時比較金屬豐度與其他參數的關係。

肆、研究結果與討論

一、從 GAIA 資料庫擷取球狀星團中的變星

(一) 使用熱點圖輔助找出星團視大小

本研究探討的球狀星團中有十八個來自梅西耶天體列表，根據文獻資料¹²，又另外選擇了半人馬座 ω 星團 (Omega Centauri, NGC5139，以下以 OmegaCen 代表) 與 NGC6441 星團。其中，半人馬座 ω 星團為銀河系已知的星團中最大者，因此十分具有研究價值。

表 2：文獻資料視大小與以熱點圖出的視大小比較

星團名稱	文獻資料視大小 (角分)	熱點圖輔助得出的視大小 (角分)	視大小 (角分)
M2	16	20.75	20.75
M3	18	46	46
M4	26	25.75	25.75
M5	23	32.25	32.25
M9	9.3	33.75	9.3
M10	20	26	26
M15	18	30	30
M19	17	9.25	9.25
M30	12	22.25	22.25
M53	未提供	30	30
M54	未提供	8.5	8.5
M56	未提供	12.75	12.75
M68	未提供	36.5	36.5
M72	未提供	16.25	16.25
M79	未提供	18.5	18.5

¹² Bhardwaj, A.; Universe special issue on “Recent Advances in Pulsating Stars”, M. Marconi and V. Ripepi, eds.. Preprints 2022, 8, 122.

M80	未提供	18	18
M92	未提供	30.25	30.25
M107	未提供	16	16
Omega Cen	36.3	64.5	64.5
NGC6441	9.6	10.25	10.25

大部分星團的是大小文獻數值都要小於本研究得出的數值，反映了圖 2 的現象。其中，M3 星團視大小的文獻數值與熱點圖分析得出的數值相差甚遠。繪製視半徑為 18 角分與 46 角分的赤緯-赤經圖與熱點圖，可發現雖然前者的搜索範圍看似包圍了目標星團的所有星體，在熱點圖中卻又看見了圖 2 的現象，而後者的熱點圖周圍八格內星體數量均勻，可被視為是較佳的視大小。在 M9 星團中，發現不論是用文獻或是本研究的視大小得出的熱點圖皆無法使周圍八格星體數量均勻，因此使用文獻的資料進行後續的分析。

受限於觀測儀器的限制，以往觀測到的星體數或許較 GAIA DR3 少，以至於無法準確判斷星團視大小。隨著觀測儀器解析度的進步，若未來能觀測到的星體數更多，本研究得出的結果仍能被推翻。

圖 14：M3 星團以視大小 18 角分繪製的赤緯-赤經圖與熱點圖

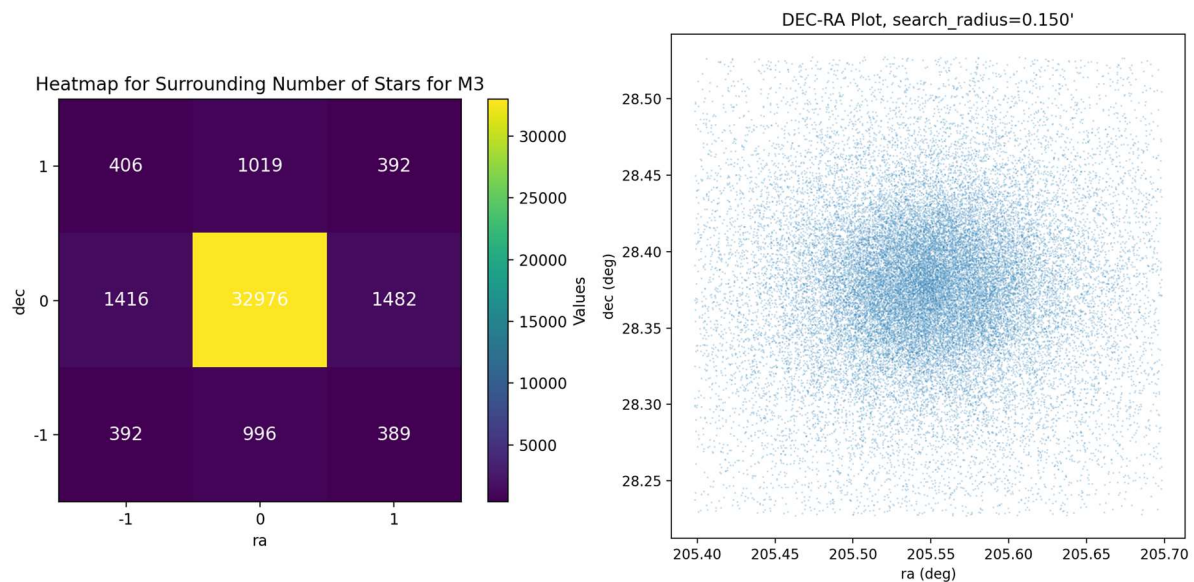


圖 15：M3 星團以視大小 46 角分繪製的赤緯-赤經圖與熱點圖

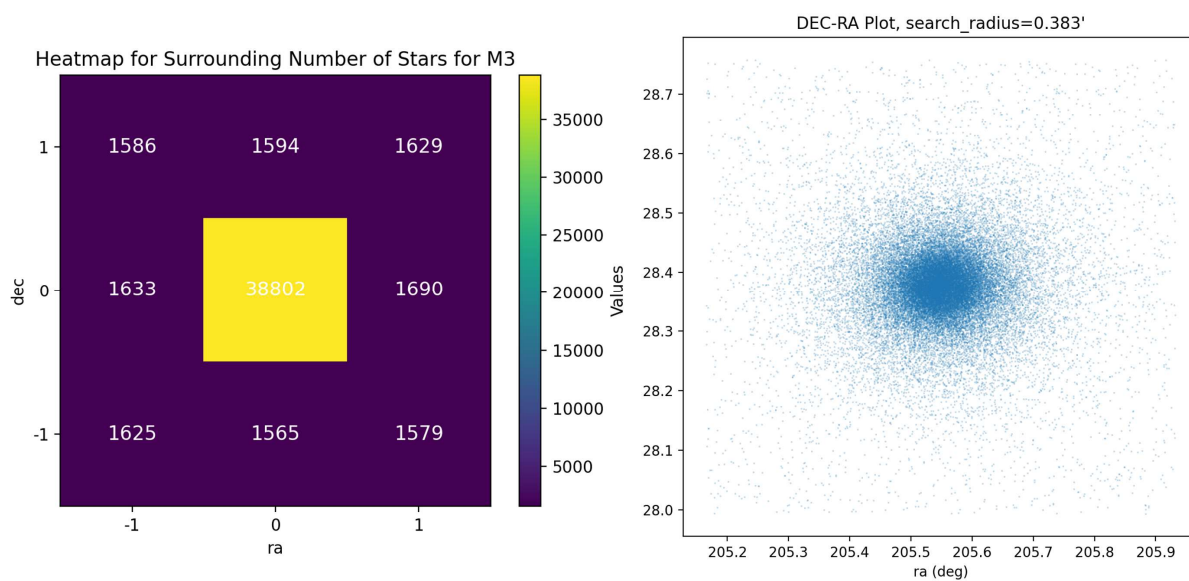
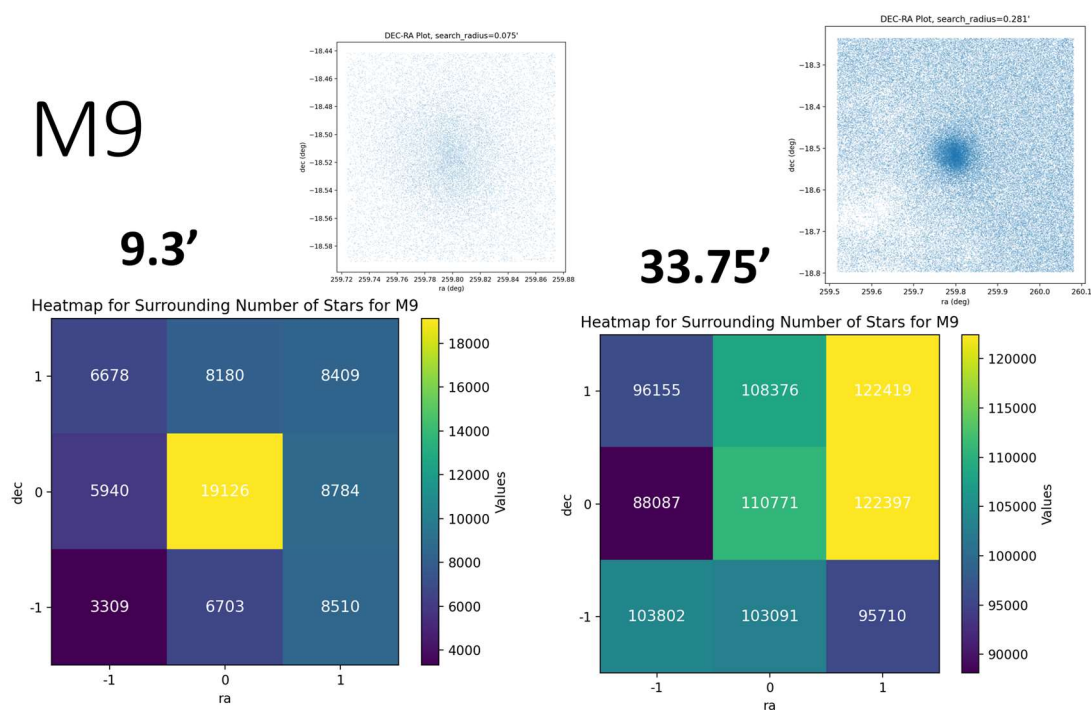


圖 16：M9 星團以視大小 9.3 與 33.75 角分繪製的赤緯-赤經圖與熱點圖比較



（二）分析星團內觀測到的恆星數

環境平均星體數為熱點圖九宮格中周圍八格星體數的平均值。計算星團星體數時，若假設星團附近的背景、前景星分布均勻，則就算所取的視大小較大，因為計算過程是將觀測到的星體數扣除和搜尋範圍大小相同的環境星體數，得出的成員星體數仍然相同。

$$\text{成員星體數} = \text{星團範圍星體數} - \text{環境平均星體數}$$

表 3：各星團觀測到的成員星體數

星團名稱	視大小 (角分)	星團範圍星體數	環境平均星體數	星團成員星體數
M2	20.75	24138	1226	22912
M3	46.00	38802	1613	37189
M9	9.3	19756	7516	12240
M10	26.00	38291	5740	32551
M19	9.25	24179	10188	13991
M30	22.25	16550	995	15555
M54	8.50	10720	4490	6230
M68	36.50	15480	2921	12559
M80	18.00	16110	4295	11815
M4	25.75	40339	11629	28710
M5	32.25	38413	2154	36259
M15	30.00	32067	3429	28638
M53	30.00	17800	774	17026
M56	12.75	14934	4734	10200
M72	16.25	6689	1076	5613
M79	18.50	11418	696	10722
M92	30.25	25318	1650	23668

M107	16.00	13682	2029	11653
Omega Cen	64.50	267295	42573	224722
NGC6441	10.25	30491	27801	2690

(三) 搜尋目標星團區域的恆星，繪製星色星等圖與赤緯-赤經散狀圖

由赤緯-赤經散狀圖可以發現天琴座 RR 型變星多十分靠近星團中心，可輔助確認所篩選到的變星的確為目標星團的成員星。

二、探討變星組成與星團相關參數的關係

(一) 計算各類型變星於星團中的組成

統計各星團的 RR 變星數量，計算此變星在各星團成員星中的組成百萬分比，繪製 RRppm 柱狀圖如下。由此圖可知，本研究的二十個目標星團之 RRppm 數值界在 123 與 7544。

圖 17：各星團 RRppm 柱狀圖

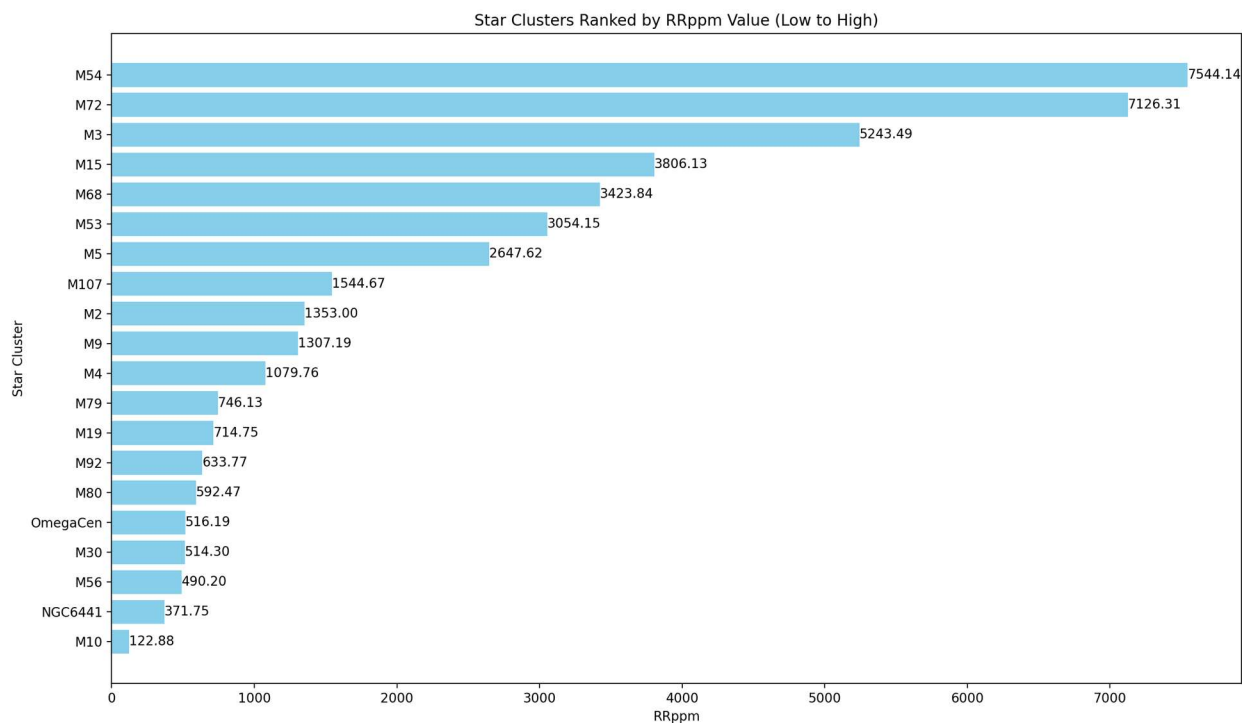


表 4：各星團 RRppm 數值

星團名稱	RR 變星數量	星團星體數	RRppm
M2	31	22912	1353.00
M3	195	37189	5243.49
M4	31	28710	1079.76
M5	96	36259	2647.62
M9	16	12240	1307.19
M10	4	32551	122.88
M15	109	28638	3806.13
M19	10	13991	714.75
M30	8	15555	514.30
M53	52	17026	3054.15
M54	47	6230	7544.14
M56	5	10200	490.20
M68	43	12559	3423.84
M72	40	5613	7126.31
M79	8	10722	746.13
M80	7	11815	592.47
M92	15	23668	633.77
M107	18	11653	1544.67
OmegaCen	116	224722	516.19
NGC6441	1	2690	371.75

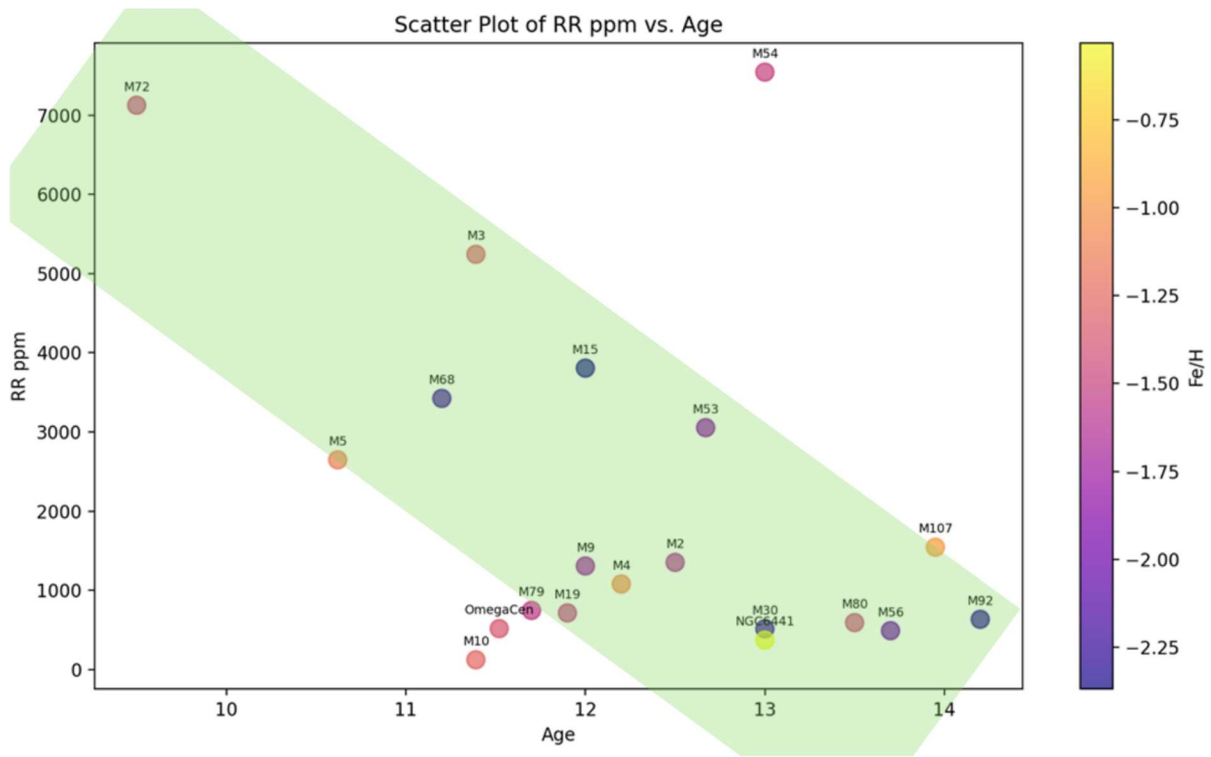
(二) 探討組成比例與星團質量、金屬豐度、半徑、年齡等的關係
從參考文獻與天體列表彙整各星團相關參數如下。

表 5：星團參數與 RRppm

星團名稱	年齡 (byr)	Fe/H	半徑 (光年)	質量 (太陽質量)	RRppm
M2	12.5	-1.65	87.3	104000	1353.003
M3	11.39	-1.34	90	450000	5243.486
M4	12.2	-1.07	36	84000	1079.763
M5	10.62	-1.12	81	857000	2647.619
M9	12	-1.77	45	422000	1307.190
M10	11.39	-1.25	41.6	225000	122.884
M15	12	-2.37	88	560000	3806.132
M19	11.9	-1.53	70	1100000	714.745
M30	13	-2.27	32	160000	514.304
M53	12.67	-1.86	113	826000	3054.152
M54	13	-1.49	153	800000	7544.141
M56	13.7	-2	42	230000	490.196
M68	11.2	-2.23	53	223000	3423.839
M72	9.5	-1.48	39	168000	7126.314
M79	11.7	-1.55	65	190000	746.130
M80	13.5	-1.47	47	502000	592.467
M92	14.2	-2.32	109	200000	633.767
M107	13.95	-0.95	30	182000	1544.667
OmegaCen	11.52	-1.35	86	4050000	516.193
NGC6441	13	-0.53	4.8	1600000	371.747

參考文獻指出年齡是主導星團演化最關鍵的因素。分析以 RRppm 為縱軸，星團年齡為橫軸，並以金屬豐度漸層著色的散狀圖，發現大致趨勢為 RRppm 與年齡呈負相關。除了部分個別案例，其他星團皆落在綠色區域內。

圖 18：RRppm 與星團年齡散狀圖



做以年齡的對數為橫軸的散狀圖。其最佳迴歸直線方程式為

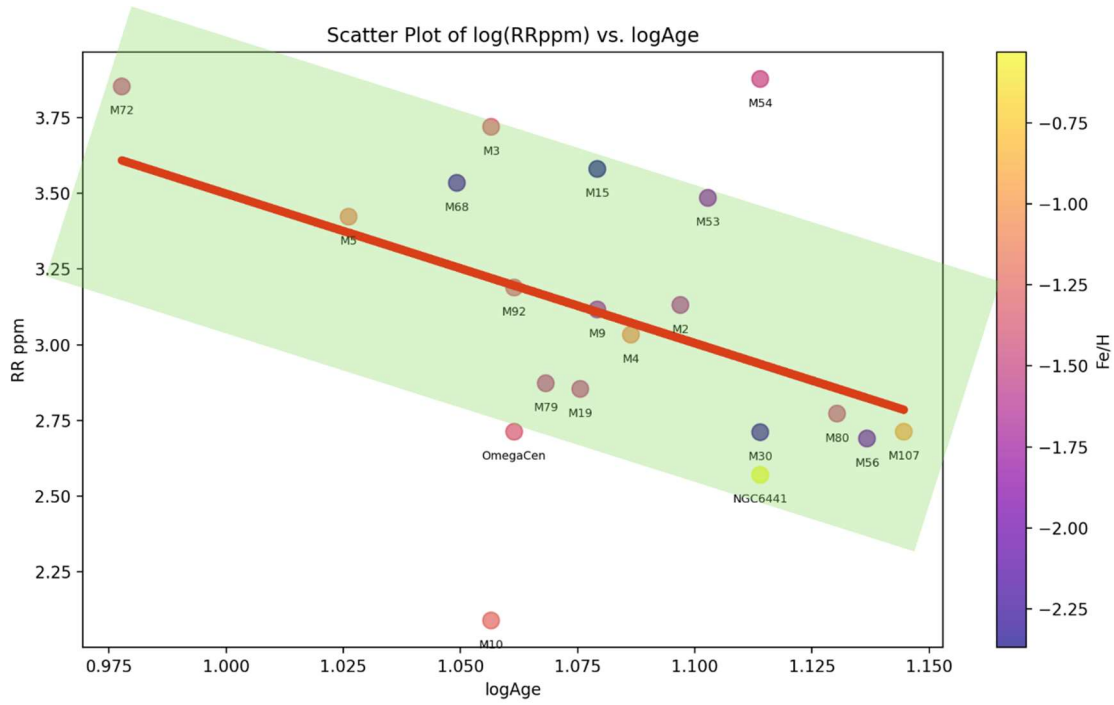
$$\log RR_{ppm} = (-4.93) \log Age + 8.43$$

因此 RRppm 和年齡有負相關

$$RR_{ppm} \propto Age^{-4.93}$$

從圖中亦可清楚觀察到年齡越大的星團，RRppm 越小。從這兩張圖發現不在主要趨勢上的星團為 M54、OmegaCen 與 M10。其中，M54 星團中有比其他星團明顯多的 RR 型變星，而 OmegaCen 與 M10 則是 RRppm 數值略低於年齡相近的星團，其中又以後者的偏差較為明顯。

圖 19：RRppm 與星團年齡對數散狀圖

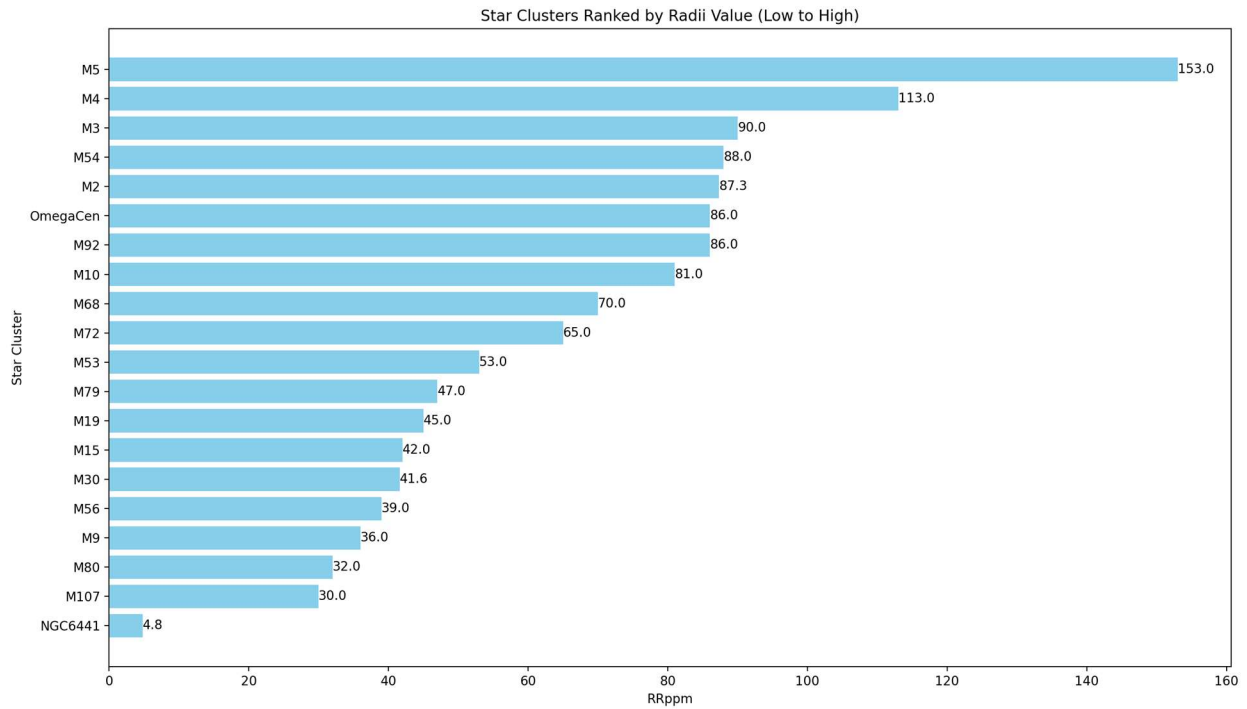


首先解釋年齡與 RRppm 的負相關。本研究所探討的球狀星團年齡十分接近宇宙年齡。由於在較老的星團中，變星多已在其演化階段上變成紅巨星，推測 RR 型變星較少是合理的結果，因此解釋了圖形大致的趨勢。

接著探討 M54 的特例。以星團半徑製作柱狀圖，可以觀察到 M54 的星團半徑明顯比其他星團大。然而，由於 M5、M3 等星團半徑亦較大，卻沒有明顯脫離趨勢的現象，甚至非常符合趨勢線，單純由半徑比較並不能推斷為何 M54 的 RR 型變星會如此的多。因為 M54 並非銀河系的球狀星團¹³，而是位在人馬座矮星系 (Sagittarius Dwarf Galaxy)，猜測此特例受星系的影響，亦即 RR 型變星的生成和該星團所在的星系有關。

¹³ R. Jaimes et al. (2018) "Many new variable stars discovered in the core of the globular cluster NGC 6715 (M54) with EMCCD observations". *Astronomy & Astrophysics*, 592, 17.

圖 20：星團半徑柱狀圖



再探討為何 M10 中 RR 型變星較少。由 RRppm 的柱狀圖可以看出，M10 的 RR 型變星比率和其他星團相比差了一個數量級。相較於大部分的球狀星團，M10 相對年輕，使得 M10 缺少 RR 型變星更為不合理。M10 位在銀河系內，因此不能以解釋 M54 偏差的原因解釋。根據 Ferro 等人¹⁴ 於 2020 年發表的研究，在 GAIA DR3 被公開前，M10 星團唯一的天琴座 RR 型變星是 V22，而 Braun 等人¹⁵ 於 2002 年時更無法確認任何一顆屬於 M10 的 RRL。學界對此特例有諸多不同的解釋，但大致皆認為 M10 有特別演化歷程。Ferro 等人認為 M10 在紅巨星分支 (Red Giant Branch, RGB) 上有些微不同的質量蒸發，而導致水平分支 (Horizontal Branch, HB) 較不同：另外一個說法是 M10 之前可能和另一個星系有潮汐引力作

¹⁴ Ferro, A. A., Yepetz, M., Muneer, S., Fierro, I. H. B., Schröder, K., Giridhar, S., & Calderón, J. H. (2020). The globular cluster M10: reassessment of stellar membership, distance, and age using its variable and HB stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 499(3), 4026–4039.

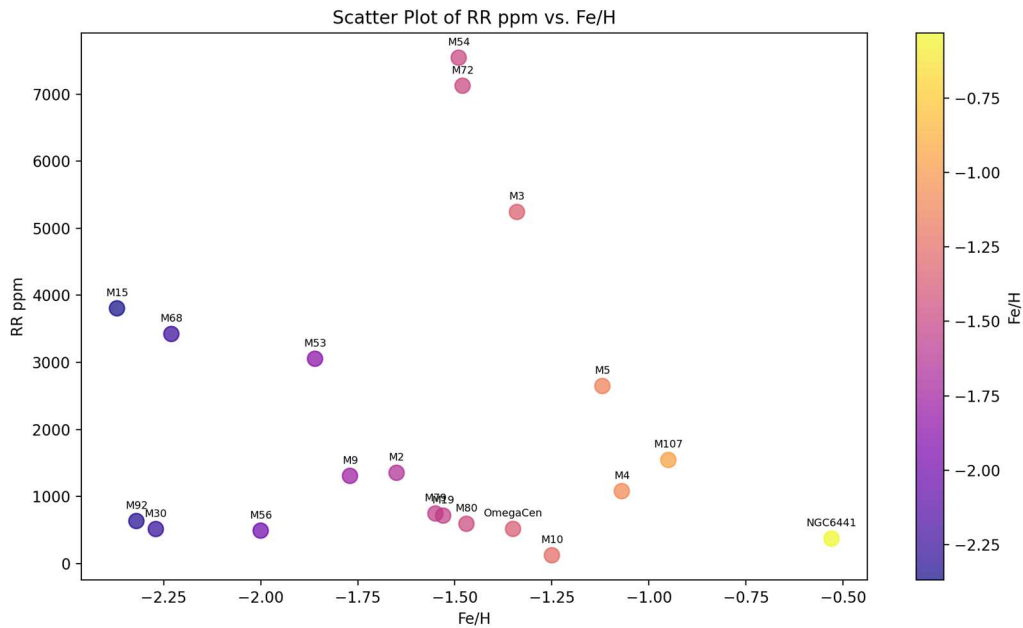
¹⁵ Braun, Kaspar & Mateo, Mario & Chiboucas, Kristin & Athey, Alex & Hurley-Keller, Denise. (2002). Photometry Results for the Globular Clusters M10 and M12: Extinction Maps, Color-Magnitude Diagrams, and Variable Star Candidates. *The Astronomical Journal*. 124. 10.1086/342851.

用 (tidal encounter)，產生如此的結果。因此，本研究再次確認 M10 缺乏變星，期待未來此謎團可被更深入地探討並解決。

另外，由 OmegaCen 星團的星色星等圖可以發現其大小與星體數皆遠大於本研究中的其他星體，導致 RRppm 和這些星團大致的趨勢相比，有些微的偏差。

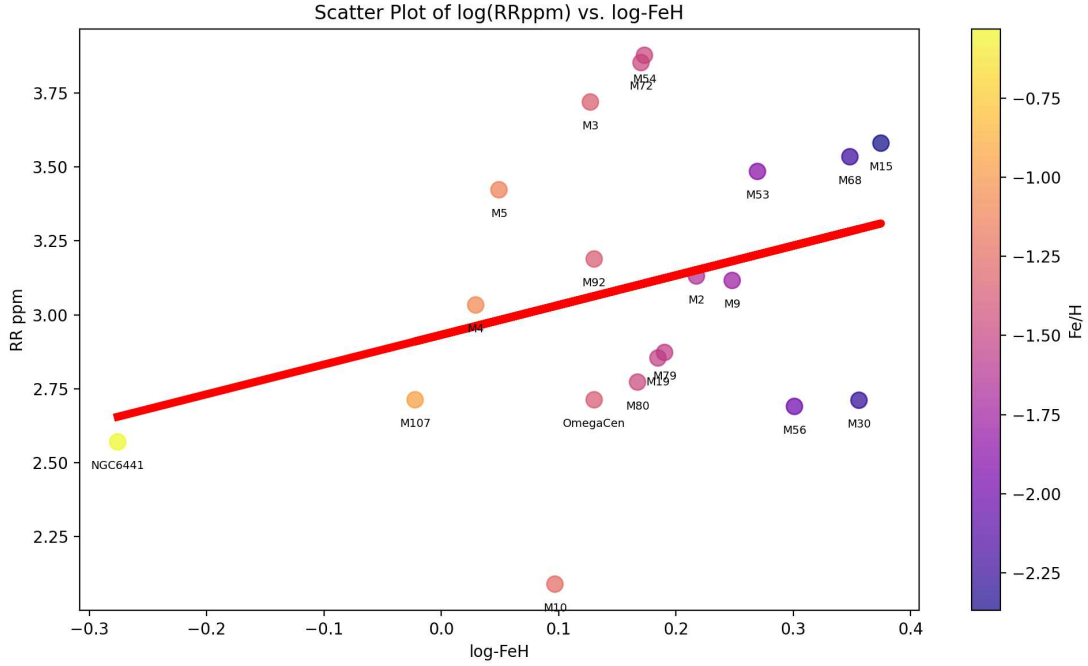
文獻提到影響演化的次要因素是金屬豐度。研究指出金屬豐度和不穩定帶的寬度有關，金屬豐度較高時，不穩定帶較窄¹⁶，因此推測變星的數量亦會和金屬豐度有關，且在 Fe/H 較高時變星數量應會較少。直接以此為橫軸製作散狀圖，雖然無法明顯觀察到單調的函數關係，但仍可以發現 RRppm 與 Fe/H 大致呈負相關，結論討論不穩定帶寬窄的文獻。將兩個參數取對數作圖，亦可觀察到相同的趨勢，但相比於以年齡為參數作的散狀圖較不明顯，因而驗證了先前的文獻所述，金屬豐度僅是影響星團演化的次要因素。

圖 21：RRppm 與星團金屬豐度散狀圖



¹⁶ Zinn, R. (1985). The metallicity dependence of the RR Lyrae instability strip. The Astrophysical Journal, 293, 424.

圖 22：RRppm 與星團金屬豐度對數散狀圖



由於年齡與金屬豐度皆會影響星團演化，以下將兩個參數一起討論，尋找其和 RR 型變星組成比例的關係。定義變數 X 為

$$X = \log(\text{年齡}) + \lambda \cdot \text{金屬豐度}$$

其中 λ 是一常數。由於金屬豐度的單位 (dex) 已取過對數，不再將 X 中的 Fe/H 做取對數的處理。藉由改變係數 λ ，找出能使 $\log RRppm$ 與 X 相關係數最高的係數，即可得出和年齡、金屬豐度有關的幕次法則 (power law)。

首先觀察圖的大域特徵。在 $\lambda \rightarrow -\infty$ 與 $\lambda \rightarrow +\infty$ 時，變數 X 趨近於穩定的數值，分別接近約 0.3 與約 -0.3，這兩個極限的意義為單以金屬豐度作為探討對象時得出的結果。

圖 23：大域趨勢的相關係數- λ 關係圖

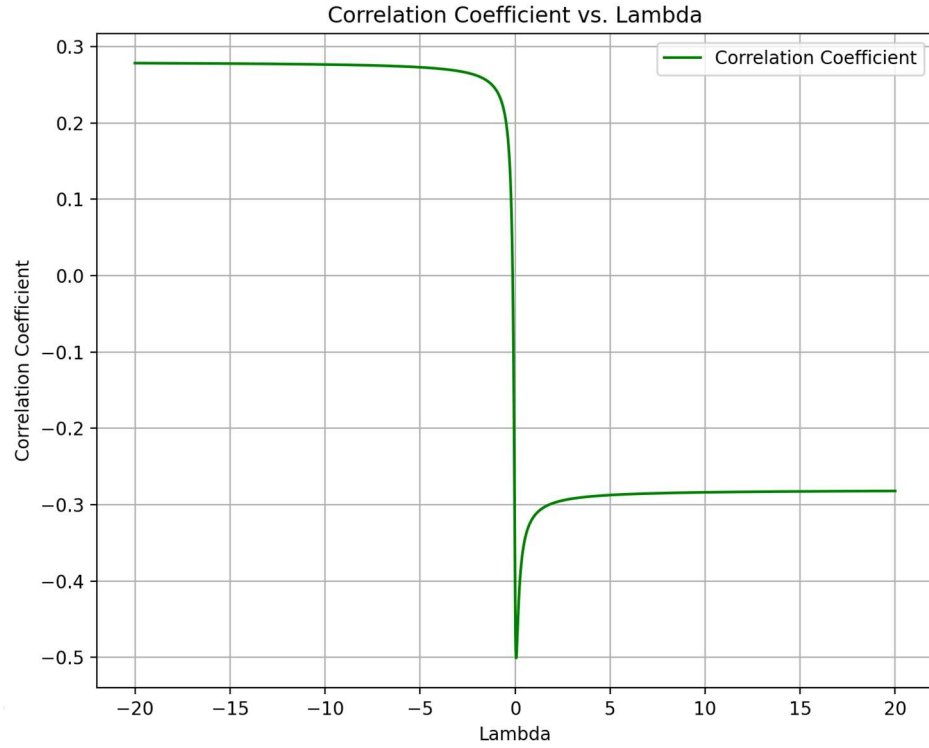
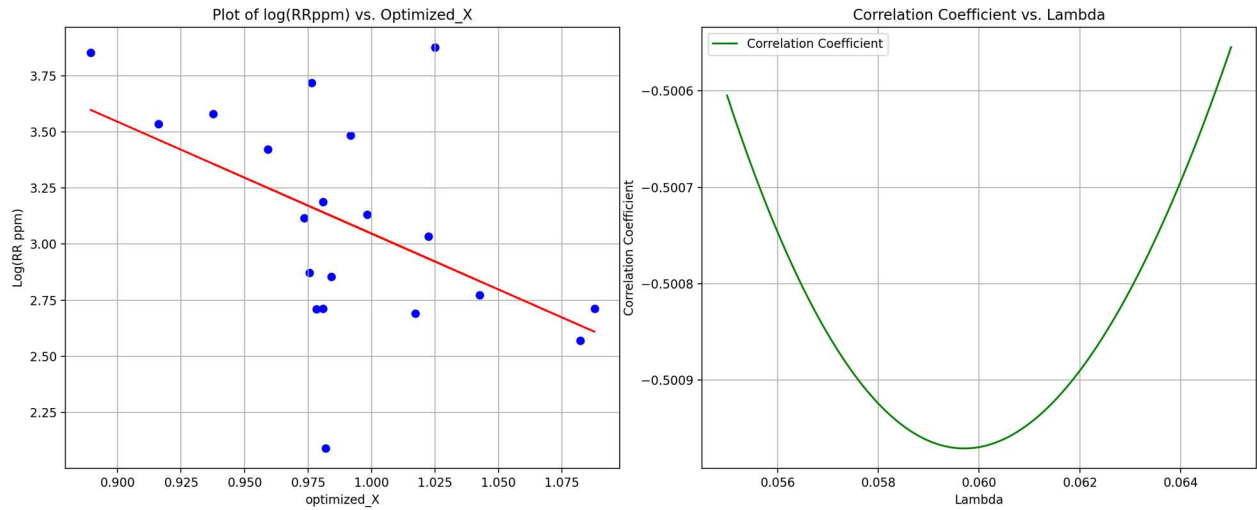


圖 24：局部放大的 $\log(\text{RRppm})$ 與變數 X 散狀圖 (左) 與相關係數- λ 關係圖(右)



由於欲探討年齡與金屬豐度共同造成的影響，將接近 0 的低點放大，可發現在

$$\lambda = \lambda_c = 0.059706$$

時，相關係數有小於零的最低值，

$$r = -0.500555$$

此時最佳迴歸直線為

$$y = -4.982038x + 8.029129$$

代表若年齡以十億年為單位，金屬豐度以 dex 為單位，定義

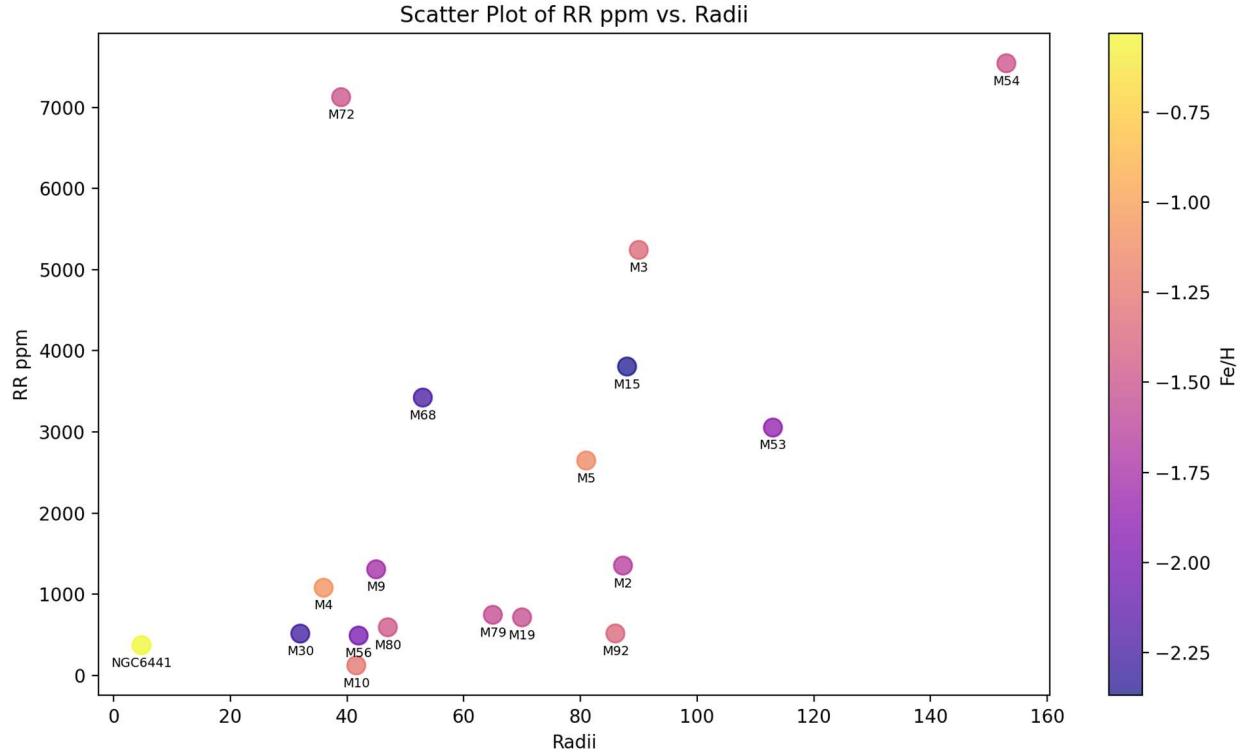
$$X_{RR} = \log(\text{年齡}) + (0.059706) \cdot \text{金屬豐度}$$

則可以預期 X_{RR} 和星團中 RR 型變星的組成比例的關係為

$$\log(RRppm) = m_1 X_{RR} + b_1 = m_1 [\log(\text{年齡}) + \lambda_c \cdot \text{金屬豐度}] + b_1$$

其中 $m_1 = -4.982038$, $b_1 = 8.029129$, $\lambda_c = 0.059706$ 。由於金屬豐度為負值，正的 λ_c 指出 RRppm 與金屬豐度呈現負相關，與先前的預測趨勢符合。若能估計某一星團 RR 型變星於該星團中所佔的比例，且知道該星團年齡或金屬豐度其一，即可推知另者。

圖 25：RRppm 與星團半徑散狀圖



以星團半徑為參數做散狀圖，發現 RRppm 和星團半徑大致呈現正相關，扣除 M72 後，相關性更加明顯。將此參數加以考慮，定義

$$Y = \log(\text{年齡}) + \lambda_c \cdot \text{金屬豐度} + \mu \cdot \log(\text{星團半徑})$$

其中 μ 是一常數。由於金屬豐度的單位 (dex) 已取過對數，不再將 Y 中的 Fe/H 做取對數的處理。藉由改變係數 μ ，找出能使 $\log\text{RRppm}$ 與 Y 相關係數最高的係數，即可得出和年齡、金屬豐度、星團半徑有關的幂次法則 (power law)。

首先觀察圖的大域特徵。在 $\mu \rightarrow -\infty$ 與 $\mu \rightarrow +\infty$ 時，變數 Y 趨近於穩定的數值，分別接近約 0.5 與約 -0.5，這兩個極限的意義為單以星團半徑作為探討對象時得出的結果。

圖 26：大域趨勢的相關係數- μ 關係圖

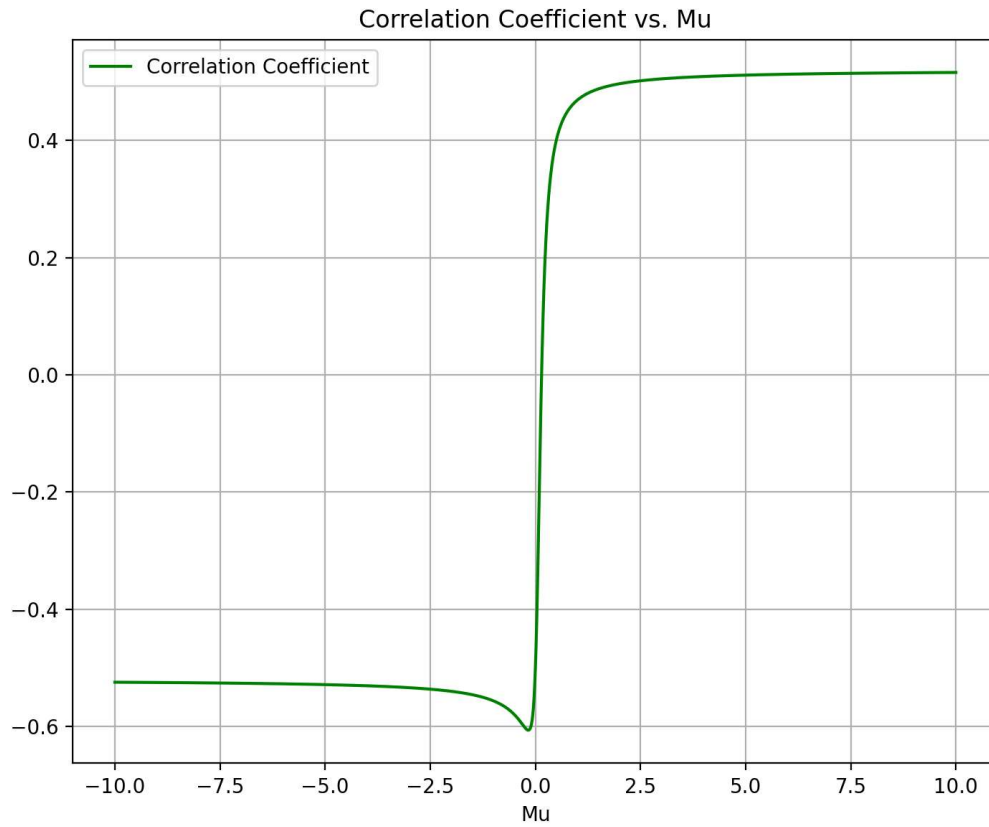
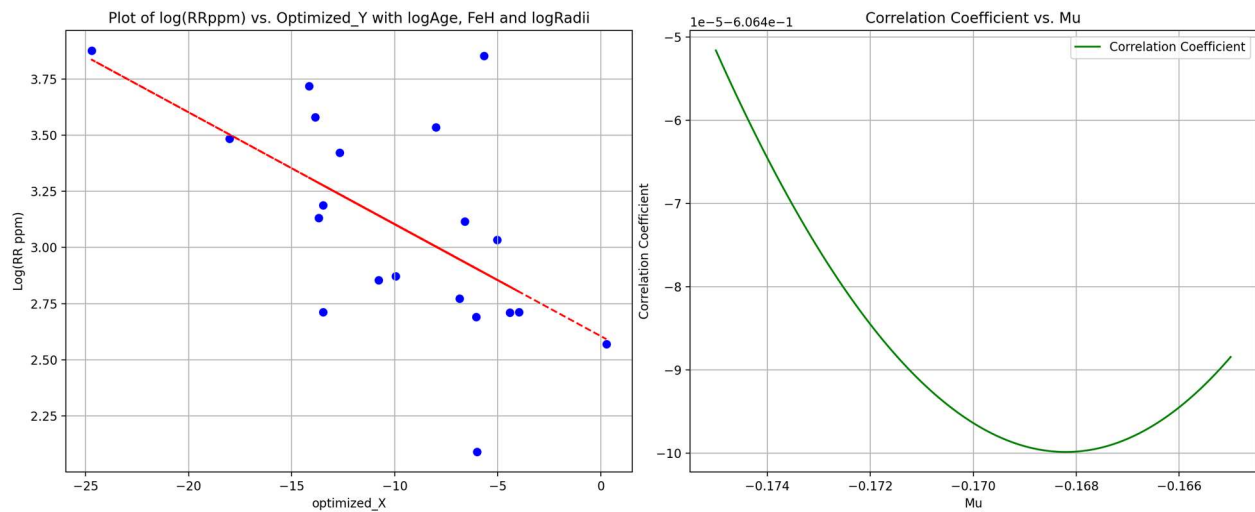


圖 27：局部放大的 $\log(\text{RRppm})$ 與變數 Y 散狀圖 (左) 與相關係數- μ 關係圖(右)



由於欲探討年齡、金屬豐度與星團半徑共同造成的影響，將接近 0 的低點放大，可發現在

$$\mu = \mu_c = -0.168203$$

時，相關係數有小於零的最低值，

$$r = -0.606500$$

此時最佳迴歸直線為

$$y = -0.049821x + 2.605403$$

代表若年齡以十億年為單位，金屬豐度以 dex 為單位，星團半徑以光年為單位，定義

$$Y_{RR} = \log(\text{年齡}) + (0.059706) \cdot \text{金屬豐度} + (-0.168203) \cdot \text{星團半徑}$$

則可以預期 X_{RR} 和星團中 RR 型變星的組成比例的關係為

$$\log(RR_{ppm}) = m_2 Y_{RR} + b_2 = m_2 [\log(\text{年齡}) + \lambda_c \cdot \text{金屬豐度} + \mu_c \cdot \log(\text{星團半徑})] + b_2$$

其中 $m_2 = -0.049821$, $b_2 = 2.605403$, $\lambda_c = 0.059706$, $\mu_c = -0.168203$ 。由於星團半徑為正值，負的 μ_c 指出 RRppm 與星團半徑呈現負相關，與先前的預測趨勢符合。綜合上述，若能估計某一星團 RR 型變星於該星團中所佔的比例，星團年齡、金屬豐度或星團半徑可互相推算。因此，RRppm 可作為輔助求出星團相關參數的指標。

由以上所得的結果，亦可定性分析三個相關參數對 RRppm 的影響大小。下表列出二十個星團的相關對數數據，最後一欄求出了各參數的平均，可以發現三個參數的數量級相近，因此觀察三個參數在變數 X_{RR} 或 Y_{RR} 中對應的係數即可大致判

斷三者的影響大小次序。年齡、金屬豐度、星團半徑所對應的係數分別約為 1、0.06 與 -0.17。與文獻相同，年齡是主導的因素。然而，星團半徑的影響卻比金屬豐度高。

log(年齡)、金屬豐度與 log(星團半徑) 表

星團名稱	logAge	Fe/H	logRadii
M2	1.097	-1.65	1.941
M3	1.057	-1.34	1.954
M4	1.086	-1.07	1.556
M5	1.026	-1.12	1.908
M9	1.079	-1.77	1.653
M10	1.057	-1.25	1.619
M15	1.079	-2.37	1.944
M19	1.076	-1.53	1.845
M30	1.113	-2.27	1.505
M53	1.103	-1.86	2.053
M54	1.114	-1.49	2.185
M56	1.137	-2	1.623
M68	1.049	-2.23	1.724
M72	0.978	-1.48	1.591
M79	1.068	-1.55	1.813
M80	1.130	-1.47	1.672
M92	1.152	-2.32	2.037
M107	1.145	-0.95	1.477
OmegaCen	1.06	-1.35	1.934
NGC6441	1.114	-0.53	0.681
平均	1.086	-1.58	1.736

以上研究結果說明除了一般被認為主導星團演化的年齡與金屬豐度會影響 RRppm 外，星團半徑亦和 RRL 於星團中的組成有正相關。目前對此現象的研究較少，推測其原因可能為

- 星雲說解釋：一團星雲形成眾多小星團。星團形成時，較大者會因萬有引力和較小者融合，因此半徑較大的星團成員星的組成較為多樣，可能有利於變星的形成。
- 偶發生成解釋：半徑較大的星團由於星體間萬有引力交互作用較顯著，成員星密度較高，使星體間碰撞、潮汐作用等交互作用較頻繁，進而導致變星的生成。不過，受限於觀測技術，在無法看到所有成員星的情況下，較難直接透過觀測成員星密度。
- 潮汐作用解釋：在半徑大的星團中，星體間潮汐作用較顯著，影響質量蒸發，使星團中較大比例的星體演化為變星。此假說呼應 Ferro 等人認為質量蒸發與 RRL 形成有關的論點。

以上三個假說中，潮汐作用解釋有較完備的理論背景，推測最為可能的機制。對於為何星團半徑與變星組成比例有正相關十分值得探討。

分析星團質量與 RR 型變星組成比例的關係，發現其間並沒有明顯的趨勢，如下圖。另外，考慮到在銀河系某一區的 RR 型變星的數量可能較多，赤經、赤緯亦被納入考慮的參數。然而，繪圖後並無發現明顯的趨勢，因此推論此種區域的特殊性不顯著。

圖 28：RRppm 與星團質量散狀圖

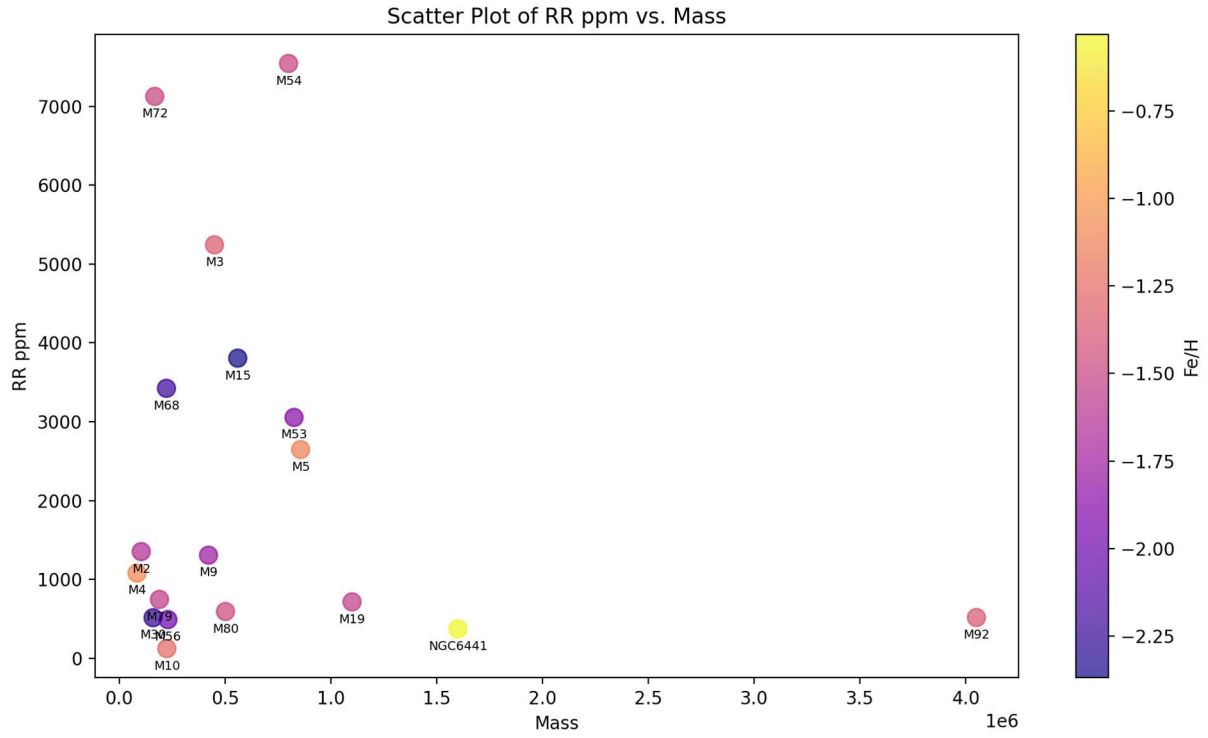


圖 29：RRppm 與星團赤經散狀圖

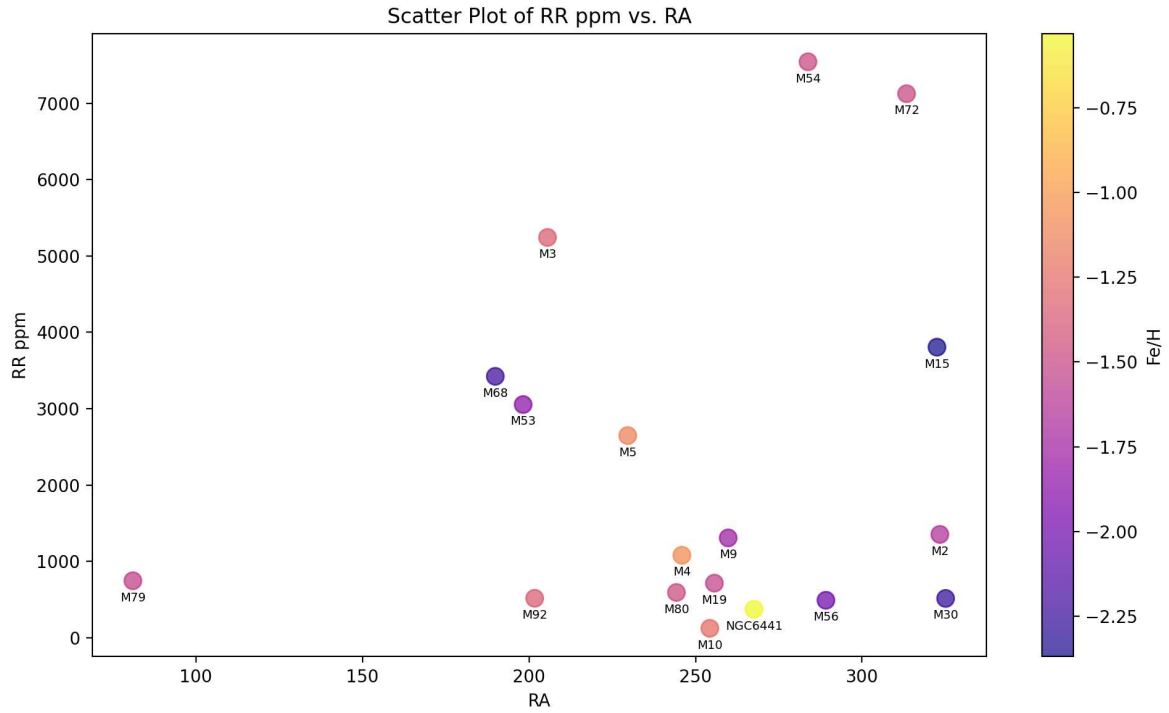
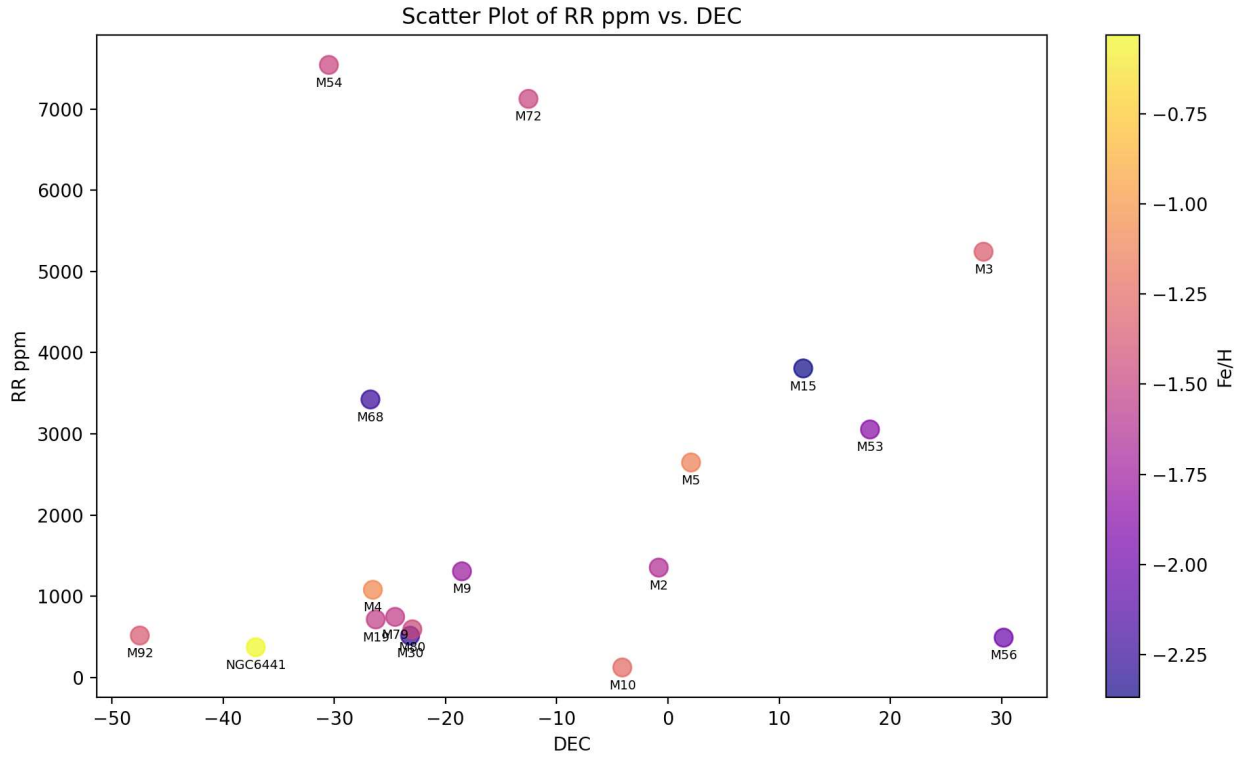


圖 30：RRppm 與星團赤緯散狀圖



伍、結論與未來展望

一、結論

使用 GAIA DR3 資料庫，分析二十個球狀星團，藉由計算目標星團周圍星體數量，搭配熱點圖，得出星團成員星估計數量。以此方法得出的視半徑和文獻值略有偏差，其中觀測技術較差會導致正偏差。繪製星色星等圖，使用等年齡線擬合，篩選成員星體後，找出該星團內的變星，並尋找被分類為天琴座 RR 型變星者，最後計算天琴座 RR 型變星的組成百萬分比 (RRppm)。

探討的二十個星團中 RRppm 範圍為 123 至 7544。僅使用星團的單一參數分析，發現星團年齡、金屬豐度與半徑皆與 RRppm 呈現負相關。M10、M54 等脫離趨勢的特例亦被討論。透過調整參數之間的係數，發現若定 $X_{RR} = \log(\text{年齡}) + (0.059706) \cdot \text{金屬豐度}$ 與 $Y_{RR} = \log(\text{年齡}) + (0.059706) \cdot \text{金屬豐度} + (-0.168203) \cdot \text{星團半徑}$ 兩變數，會預期有

$$\log(RRppm) = m_1 X_{RR} + b_1 = m_1 [\log(\text{年齡}) + \lambda_c \cdot \text{金屬豐度}] + b_1$$

與

$$\log(RRppm) = m_2 Y_{RR} + b_2 = m_2 [\log(\text{年齡}) + \lambda_c \cdot \text{金屬豐度} + \mu_c \cdot \log(\text{星團半徑})] + b_2$$

的關係，其中 $m_1 = -4.982038$, $b_1 = 8.029129$, $m_2 = -0.049821$, $b_2 = 2.605403$, $\lambda_c = 0.059706$, $\mu_c = -0.168203$ 。因此，RR 型變星的組成比例即可作為輔助判斷星團相關參數的指標。討論係數大小，推斷此三參數對 RRppm 的影響力由大至小為星團年齡、星團半徑、金屬豐度。其中，星團半徑的影響尤為值得探討，亦提出星雲說、偶發生成、潮汐作用三個假說解釋其與 RRppm 的正相關性。

二、未來展望

- 若未來觀測技術允許，將能觀測到更多星體。除了能使組成比例之分子與分母皆擴大，增加精確度外，星體數量愈多亦能使視半徑的判斷愈準確。另外，亦可將各個資料庫與巡天調查的資料整合，以增加能分析的星體數。
- 精確地篩選成員星是不容易的程序，尤其在疏散星團中更是難以辨識成員星。若資料庫中的自行量 (Proper Motion) 資料精確度高，可以此為輔助淘汰非成員星的依據。未來若將針對疏散星團進行探討，此實為一需要被克服的難題。
- 考慮 RRppm 為年齡的函數，則甚有可能存在一個能使 RRppm 最大的星團年齡。由於本研究發現對相對較老的球狀星團而言，年齡與 RR 型變星組成比例呈負相關，此最大值可能發生在相對年輕的疏散星團中。期待未來類似研究方法亦可用在疏散星團上，使變星組成資料更完備，並使星團演化理論更加成熟。
- 本研究僅分析天琴座 RR 型變星的組成比例。在不同年齡、金屬豐度等的星團中，較容易出現的變星種類亦不全然相同。因此，期許未來能對更多較年輕或金屬豐度較高的星團 (如本研究中的 NGC6441 或疏散星團) 進行研究與分析。
- 本研究發現星團半徑對於變星組成比例有正相關。然而，目前對此問題尚無完備的解釋。期待未來可以從現有假說出發，探討並分析其原理。

陸、參考文獻

1. Gratton, R., Bragaglia, A., Carretta, E., D'Orazi, V., Lucatello, S., Sollima, A. (2019). "What is a Globular Cluster? An Observational Perspective."
2. Clement, C. M., Muzzin, A., Dufton, Q., Ponnampalam, T., Wang, J., Burford, J., Richardson, A., Rosebery, T., Rowe, J., & Hogg, H. S. (2001). "VARIABLE STARS IN GALACTIC GLOBULAR CLUSTERS." Accepted July 30, 2001.
3. Horace, S. (2000) "BAILEY, SHARPLEY AND VARIABLE STARS IN GLOBULAR CLUSTERS"
4. Stobie, R. (1971) "ON THE DIFFERENCE BETWEEN THE OOSTERHOFF TYPES I AND II GLOBULAR CLUSTERS"
5. Goldsbury, Ryan; et al. (December 2010). The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. X. New Determinations of Centers for 65 Clusters". The Astronomical Journal. 140 (6): 1830–1837
6. Boyles, J.; et al. (November 2011). "Young Radio Pulsars in Galactic Globular Clusters". The Astrophysical Journal. 742 (1): 51.
7. Koleva, M.; et al. (April 2008). "Spectroscopic ages and metallicities of stellar populations: validation of full spectrum fitting". Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 385 (4): 1998–2010.
8. Marín-Franch, Antonio; Aparicio, Antonio; Piotto, Giampaolo; Rosenberg, Alfred; Chaboyer, Brian; Sarajedini, Ata; Siegel, Michael; Anderson, Jay; Bedin, Luigi R.; Dotter, Aaron; Hempel, Maren; King, Ivan; Majewski, Steven; Milone, Antonino P.; Paust, Nathaniel; Reid, I. Neill (2009). "The ACS Survey of Galactic Globular Clusters. VII. Relative Ages". The Astrophysical Journal. 694 (2): 1498.
9. T. Prusti et al. (2016). "The Gaia mission". Astronomy & Astrophysics, 595, 36.
10. Casagrande, L., Ramírez, I., Meléndez, J., Bessell, M., & Asplund, M. (2018). "An absolutely calibrated Teff scale from the Infrared Flux Method: Dwarfs and subgiants."
11. Bhardwaj, A.; Universe special issue on “Recent Advances in Pulsating Stars”, M. Marconi and V. Ripepi, eds.. Preprints 2022, 8, 122.

12. R. Jaimes et al. (2018) "Many new variable stars discovered in the core of the globular cluster NGC 6715 (M54) with EMCCD observations". *Astronomy & Astrophysics*, 592, 17.
13. Ferro, A. A., Yepez, M., Muneer, S., Fierro, I. H. B., Schröder, K., Giridhar, S., & Calderón, J. H. (2020). The globular cluster M10: reassessment of stellar membership, distance, and age using its variable and HB stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 499(3), 4026–4039.
14. Braun, Kaspar & Mateo, Mario & Chiboucas, Kristin & Athey, Alex & Hurley-Keller, Denise. (2002). Photometry Results for the Globular Clusters M10 and M12: Extinction Maps, Color-Magnitude Diagrams, and Variable Star Candidates. *The Astronomical Journal*. 124. 10.1086/342851.

附錄

一、相關程式碼

(一) 使用熱點圖輔助找出星團視大小與星體數量

```
starCount(star_mid_ra, star_mid_dec, star_search_dim, True)
rs = [-1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1]
rs[0] = starCount(star_mid_ra-2*star_search_dim, star_mid_dec-2*star_search_dim,
star_search_dim)
rs[1] = starCount(star_mid_ra, star_mid_dec-2*star_search_dim, star_search_dim)
rs[2] = starCount(star_mid_ra+2*star_search_dim, star_mid_dec-2*star_search_dim,
star_search_dim)
rs[3] = starCount(star_mid_ra-2*star_search_dim, star_mid_dec, star_search_dim)
rs[4] = starCount(star_mid_ra, star_mid_dec, star_search_dim)
rs[5] = starCount(star_mid_ra+2*star_search_dim, star_mid_dec, star_search_dim)
rs[6] = starCount(star_mid_ra-2*star_search_dim, star_mid_dec+2*star_search_dim,
star_search_dim)
rs[7] = starCount(star_mid_ra, star_mid_dec+2*star_search_dim, star_search_dim)
rs[8] = starCount(star_mid_ra+2*star_search_dim, star_mid_dec+2*star_search_dim,
star_search_dim)

summation = sum(rs)
print(summation)
```

```
environment_average = round(0.125*(summation - rs[4]))
print("Estimated number of stars in cluster: ", rs[4] - environment_average)
```

(二) 向資料庫查詢目標範圍內的星體

```
ra_query = "ra BETWEEN " + str(mid_ra - search_dim/2) + " AND " + str(mid_ra +
search_dim/2)

dec_query = "dec BETWEEN " + str(mid_dec - search_dim/2) + " AND " + str(mid_dec
+ search_dim/2)

query = "SELECT TOP " + str(search_rows) + " source_id, ra, dec,
phot_rp_mean_mag, phot_bp_mean_mag FROM gaiadr3.gaia_source WHERE " + ra_query +
" AND " + dec_query
```

(三) 向資料庫查詢目標範圍內星體中的變星

```
vari_query = "SELECT source_id FROM gaiadr3.vari_summary WHERE source_id IN (" +
", ".join([str(item) for item in resultIDs]) + ")"
```

(四) 向資料庫查詢變星分類

```
matching_stars_query = "SELECT vcr.source_id, vcr.best_class_name, gs.ra, gs.dec
FROM gaiadr3.vari_classifier_result vcr INNER JOIN gaiadr3.gaia_source gs ON
vcr.source_id = gs.source_id WHERE vcr.source_id IN ({})".format(",
".join([str(id) for id in matching_ids]))

class_query = "SELECT source_id, best_class_name, best_class_score FROM
gaiadr3.vari_classifier_result WHERE source_id IN (" + ", ".join([str(int(item))
for item in matching_ids]) + ")"
```

【評語】160018

本研究使用 GAIA DR3 的大量數據探討天琴座 RR 變星在球狀星團中的比例，及其與星團年齡，金屬豐度，星團大小的關係。雖然本作品的結果事實上顯示這些關係並不明顯，但作者處理數據以及分析的能力值得讚賞。建議應明白寫出各線性相關係數的值及其對應的隨機可能性，各項擬合也應寫出最佳擬合的統計描述及最佳擬合參數的誤差範圍。